



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

М-Ю-07-014

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	4	12	13	13	10	3	15	15	85

Вариант 1

Обс

Задача №4

Заметим, что $2^7 = 128$, а у нас $80!$, значит не один из множителей $1, 2, 3, \dots, 80$ не будет иметь степень вхождения двойки 7 или выше. Степень вхождения 2 будет в $80:2^1 = 40$ числах. Степень вхождения 2 равная 2 будет в $80:4^1 = 20$ числах. Степень вхождения 2 равная 3 будет в $80:8^1 = 10$ числах. Степень вхождения 2 равная 4 будет в $80:16^1 = 5$ числах. Степень вхождения 2 равная 5 будет в 2 числах (32, 64 (следующий 96 > 80)). Степень вхождения 2 равная 6 будет в 1 числе (64 (следующий 128 > 80)). И.е. степень вхождения 2 в $80!$ равна $40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 78$.

Заметим, что $5^3 = 125$, а у нас $80!$, значит не один из его множителей (не будет $1, 2, 3, \dots, 80$) не будет иметь степень вхождения 5 выше 3. Степень вхождения 5 равная 3 будет в $80:5^1 = 16$ числах. Степень вхождения 5 равная 2 будет в 3 числах (25, 50, 75 (следующий 100 > 80)).

число $100 > 80$), значит степень вхождения 5 в $80! = 16 + 3 = 19$.

Тогда $80! = 2^{78} \cdot 5^{19} \cdot a$, где a — число, равно $80! : 2^{78} \cdot 5^{19}$ и $\nmid 2; \nmid 5$. Поэтому $\frac{80!}{10^{80}} = \frac{2^{78} \cdot 5^{19} \cdot a}{2^{80} \cdot 5^{80}} = \frac{a}{2^2 \cdot 5^{61}}$. Она не сократится, т.е. $a \nmid 2; a \nmid 5$, а у $2^2 \cdot 5^{61}$ других простых множителей нет. Значит после сокращения в знаменателе будет $2^2 \cdot 5^{61}$.

Задача №1

9999(7)4849505152...787980

~~Задача №2~~ Одно наибольшее, т.е. во всем цифровом ряду 10080 $1 \cdot 9 + 2 \cdot (80 - 9) = 9 + 142 = 151$. Тогда в итоге их будет $151 - 80 = 71$. Заметим, что 5 девяток в начале быть не может, т.к. в этом случае всего цифр $\leq 5 + (80 - 49) \cdot 2 = 5 + 62 = 67 < 71$. Значит в начале девяток ≤ 4 . Но 4 мы можем сделать, поэтому делаем. ~~Остаток~~ Тогда цифр $\leq 4 + 39 + (80 - 39) \cdot 2 = 86$. Максимальная следующая цифра после 9, которую мы можем достичь это 7, т.к. как показано ранее 9 нельзя, а 8 нельзя, т.к. для этого придется убрать цифры: 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 4 (из 48), тогда $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 17$ цифр, а $86 - 17 = 69 < 71$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

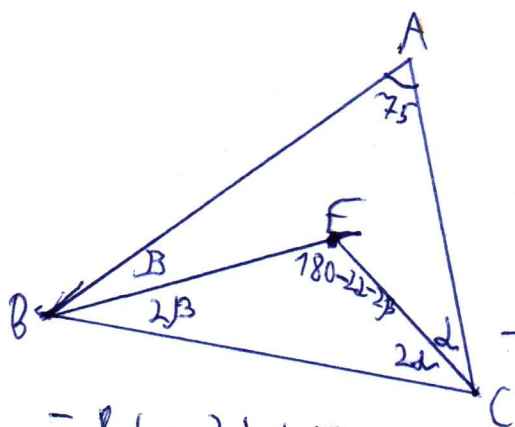
шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Но 7 после 4 девятки уже можно, поэтому мы же ставим
но тогда надо как минимум убрать 40, 41, 42, 43,
44, 45, 46, 47 (или 47), т.е. $2+2+2+2+2+2+2+7=15$ цифр
но $86-15=71$ цифра, значит все остальные остав-
им.

Задача №2



Пусть $\angle ACE = \alpha$. Тогда $\angle BCE = 2\angle ACE = 2\alpha$. Пусть $\angle ABE = \beta$. Тогда $\angle CBE = 2\angle ABE = 2\beta$. Тогда $\angle BEC = 180^\circ$ (сумма углов треугольника) $-\angle EBC - \angle ECB = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta = 180^\circ - 2(\alpha + \beta)$. $\angle ABC + \angle ACB =$

$$= \beta + 2\alpha + \beta + 2\beta = 3\alpha + 3\beta = 3(\alpha + \beta) = 180^\circ \text{ (сумма углов } \triangle ABC) - \angle BAC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ.$$

Ит.е. $3(\alpha + \beta) = 105^\circ : 3$
 $\alpha + \beta = 35^\circ$. Тогда $\angle BEC = 180^\circ - 2 \cdot (\alpha + \beta) = 180^\circ - 2 \cdot 35^\circ = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$. Ответ: 110° .

Задача №3

Первый член равен 3. Второй 13. Третий 20 ($13+3=16$).
 $1+6+9+4=20$, четвертый 8 ($20^2=400$; $4+4=8$).
 14 ($8^2=64$, $6+4+4=14$), шестой 20 ($14^2=196$; $1+9+6+4=20$).

П.е Последовательность выглядит так:

$3 \rightarrow 13 \rightarrow 20 \rightarrow 8 \rightarrow 14$. Тогда после 2 первых членов
2024 можно $2024 - 2 = 2022$. Но далее каждый
третий 14, а $2022 : 3$, значит на 2024 месте
стоит число 14.

Задача №5

$$V_{\text{куба}} = 40 \text{ см} \times 70 \text{ см} \times 190 \text{ см} = 4 \text{ дм} \times 7 \text{ дм} \times 19 \text{ дм} = 532 \text{ дм}^3 = 532 \text{ л.}$$

$$V_{\text{куба}} = 3 \text{ м} \times 3 \text{ м} \times 3 \text{ м} = 27 \text{ м}^3. 30 \text{ дм} \times 30 \text{ дм} = 27000 \text{ дм}^3 = 27000 \text{ л.}$$

$$V_{\text{пространства в кубе для воды}} = 27000 \text{ л} - 532 \text{ л} = 26468 \text{ л.}$$

$$t_{\text{для полного заполнения чашки водой}} = 26468 \text{ л} / 1650 \text{ л/мин} \approx 16 \text{ мин.} \quad \checkmark$$

Ответ: 16 минут.

Задача №6

Всего окон $4 \cdot 2 = 8$ штук. ✓

$$S_{\text{окна}} = 2 \text{ локтя} \cdot 3 \text{ локтя} = 2 \cdot 45 \text{ см} \cdot 3 \cdot 45 \text{ см} = 270 \text{ см}^2 \quad \text{.45}$$

$$S_{\text{всех окон}} = 270 \text{ см}^2 \cdot 8 = 2160 \text{ см}^2$$

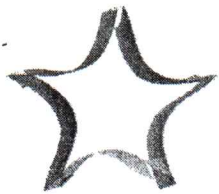
$$S_{\text{длинной стены}} = 10 \text{ сажень} \cdot 12 \text{ локтей} = 10 \cdot 7,8 \text{ м} \cdot 12 \cdot 45 \text{ см} =$$

без учета окон

$$= 10 \cdot 180 \text{ см} \cdot 12 \cdot 45 \text{ см} = 16800 \text{ см} \cdot 540 \text{ см} = 972000 \text{ см}^2 \quad \checkmark$$

$$S_{\text{короткой стены}} = 12 \text{ сажень} \cdot 12 \text{ локтей} = 12 \cdot 0,7 \text{ м} \cdot 12 \cdot 45 \text{ см} =$$

(без учета окон)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$12 \cdot 70 \text{ см} \cdot 12 \cdot 45 \text{ см} = 840 \text{ см} \cdot 540 \text{ см} = 453600 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{всех стен без учета окон}} = 972000 \text{ см}^2 \cdot 2 + 453600 \text{ см}^2 \cdot 2 = 2(972000 + 453600) = 1425600 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{стен с учетом окон}} = 1425600 \text{ см}^2 - 2160 \text{ см}^2 = 1423440 \text{ см}^2 = 142,344 \text{ м}^2$$

$$V_{\text{краски}} = 142,344 \text{ м}^2 : 5 \text{ м}^2/\text{л} = 28,4688 \text{ л}$$

Потребуется 6 банок краски по 5 л, т.к. 5 не хватит ($5 \text{ л} \cdot 5 = 25 \text{ л} < 28,4688 \text{ л}$), а 6 достаточно ($5 \text{ л} \cdot 6 = 30 \text{ л} > 28,4688 \text{ л}$).

Ответ: 6 банок.

Задача №7 расстояние

Пусть группа до туннеля S_1 , а длина туннеля S .

$$S_1 \cdot \frac{S_1}{v_{\text{группа}}} = \frac{0,25S}{v_{\text{петя}}} \cdot \frac{S_1 + S}{v_{\text{группа}}} = \frac{S - 0,25S}{v_{\text{петя}}} - \frac{0,75S}{v_{\text{петя}}}$$

$$\frac{S_1}{v_{\text{группа}}} = \frac{0,25S}{v_{\text{петя}}} \quad | \cdot v_{\text{петя}} \cdot v_{\text{группа}}$$

$$S_1 \cdot v_{\text{петя}} = 0,25S \cdot v_{\text{группа}} \quad | : 4$$

$$4S_1 \cdot v_{\text{петя}} = S \cdot v_{\text{группа}}$$

$$\frac{S_1 + S}{v_{\text{группа}}} = \frac{0,75S}{v_{\text{петя}}}$$

15

$$\frac{S_1}{\nu_{\text{грунт}}} + \frac{S}{\nu_{\text{грунт}}} = \frac{0,75S}{\nu_{\text{печи}}}$$

$$\frac{0,25S}{\nu_{\text{печи}}} + \frac{S}{\nu_{\text{грунт}}} = \frac{0,75S}{\nu_{\text{печи}}} \quad | - \frac{0,25S}{\nu_{\text{печи}}}$$

$$\frac{S}{\nu_{\text{грунт}}} = \frac{0,5S}{\nu_{\text{печи}}} \quad | \cdot 2 \cdot \nu_{\text{грунт}} \cdot \nu_{\text{печи}} : S$$

$\nu_{\text{печи}} = \nu_{\text{грунт}}$, т.е. $\nu_{\text{печи}}$ в два раза медленнее $\nu_{\text{грунт}}$

Ответ: в 2 раза

Задача №8

(в з)
Пусть масса стандартной трубы равна M . Тогда $m_{\text{трубы}} = 0,3M$ (з), $m_{\text{ст}} = (1 - 0,3)M = 0,7M$. Тогда $V_T = 0,3M \cdot \frac{1}{\rho_T} = \frac{0,3M}{4,5 \text{ г/см}^3} = \frac{0,3}{4,5} M (\text{см}^3)$; $V_{\text{ст}} = \frac{m_{\text{ст}}}{\rho_{\text{ст}}} = \frac{0,7M}{7,8 \text{ г/см}^3} = \frac{0,7}{7,8} M (\text{см}^3)$ ✓

Тогда $V_{\text{стандартной трубы}} = \frac{0,3}{4,5} M (\text{см}^3) + \frac{0,7}{7,8} M (\text{см}^3) = \frac{3,49M}{37,2} (\text{см}^3)$

Тогда $\rho_{\text{стандартной трубы}} = \frac{M}{\frac{3,49M}{37,2} \text{ см}^3} = \frac{37,2}{3,49} \text{ г/см}^3 \approx 10,66 \text{ г/см}^3$

Пусть объем изготовленной трубы равен V . Тогда $V_T = 0,3V$ а $V_{\text{ст}} = (1 - 0,3)V = 0,7V$. Тогда $m_T = \rho_T \cdot V_T = 4,5 \text{ г/см}^3 \cdot 0,3V (\text{см}^3) = 1,35V (\text{г})$, а $m_{\text{ст}} = V_{\text{ст}} \cdot \rho_{\text{ст}} = 0,7V (\text{см}^3) \cdot 7,8 (\text{г/см}^3) = 5,46V (\text{г})$. Тогда $V_{\text{трубы}} = 1,35V (\text{г}) + 5,46V (\text{г}) = 6,81V (\text{г})$. Тогда $\rho_{\text{трубы}} = \frac{6,81V (\text{г})}{V (\text{см}^3)} = 6,81 \text{ г/см}^3$

~~Разд. трубы~~ $6,81 \text{ г/см}^3$ ~~6,81~~ $37,3869$ ~~37,2~~ $1,1983$ ~~55~~ раз
~~станд. трубы~~ $37,2$ ~~37,2~~



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$\frac{P_{изг.тр.}}{P_{станд.тр.}} = \frac{6,812 \text{ Вт}}{35,1 \text{ Вт}} = \frac{6,81 \cdot 5,49}{35,1} = \frac{37,38,69}{35,1} \approx 1,065$$

Ответ: в 1,065 раз больше.

