

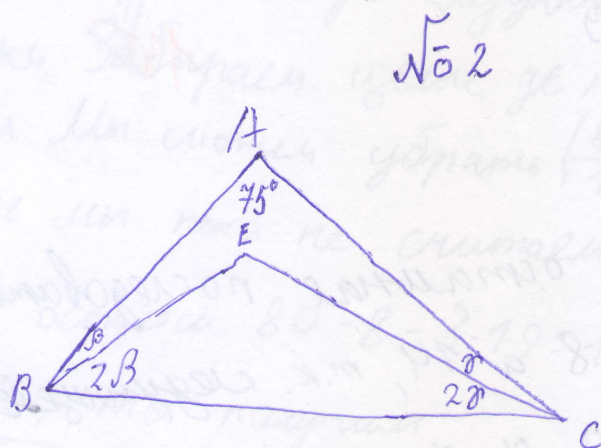


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 58-07-09

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	12	13	13	10	5	15	12	80

Вариант 11



Дано:
 $\triangle ABC$,
 $\angle A = 75^\circ$
 $\angle BCE = 2\angle ACE$
 $\angle CBE = 2\angle ABE$
Найти:
 $\angle BEC$

Решение:

Пусть $\angle ACE = \delta$, а $\angle ABE = \beta$

Тогда $\angle BCE = 2\delta$, а $\angle CBE = 2\beta$

Сумма углов треуго. $ABC = 180^\circ$, значит, $\delta + 2\delta + \beta + 2\beta = 180 - 75 = 105^\circ$

$$3\delta + 3\beta = 105^\circ | :3$$

$$\delta + \beta = 35^\circ | \cdot 2$$

$$2\delta + 2\beta = 70^\circ$$

Сумма углов $\triangle EBC = 180^\circ$, значит, $\angle BEC + 2\delta + 2\beta = 180^\circ$

$$\angle BEC + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BEC = 110^\circ$$

Ответ: 110°

$\sqrt{0} 3$

№3.

(пусть $S(a)$ - сумма цифр числа a)

Рассмотрим следующие элементы последовательности:

- 1) 3 $S(3^2)+4 = 13$
- 2) 13 $S(13^2)+4 = S(169)+4 = 16+4 = 20$
- 3) 20 $S(20^2)+4 = S(400)+4 = 8$
- 4) 8 $S(8^2)+4 = S(64)+4 = 14$
- 5) 14 $S(14^2)+4 = S(196)+4 = 20$
- 6) 20 $S(20^2)+4 = S(400)+4 = 8$
- 7) 8

$$\begin{array}{r} 13 \\ + 13 \\ \hline 26 \\ + 3 \\ \hline 29 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ + 14 \\ \hline 28 \\ + 8 \\ \hline 36 \end{array}$$

135

Мы дошли до цикла, все остальная последовательность будет состоять только из 20; 8 и 14, т.к. следующее число зависит от предыдущего, а одно и то же число повторялось дважды. Т.к. в цикле только 3 элемента (8; 14; 20), и первая 20 - первое число 20 находится на месте №3, значит, следующее число 20 будет на местах, без остатка, делящихся (:) на 3. По аналогичной логике, первое число 8 на №4, дающее остаток 1 при делении на 3, значит, этот же остаток сохраняют и все последующие ^{номера} числа 8. Первое число 14 находится на №5, дающее остаток 2 при делении на 3, значит, этот же остаток будет и у всех остальных ~~чисел~~ ^{номеров} чисел 14. Остаток при делении 2024 на 3 = 2, значит, на 2024-м номере стоит число 14.

№1

Будем вычеркивать все цифры, кроме девятки, т.к. длина числа задана — на 80 цифр меньше изначальной последовательности, наибольшим будет число с наибольшими первыми разрядами (если считать слева). Поэтому, уберём 8 цифр (12345678) до первой девятки, потом 19 цифр (1111213141516171819) до следующей девятки, оставив сами девятки. ²Будем целые же наборы по 19 чисел, пока можем. Мы хотим убрать $\left\lfloor \frac{80-8}{19} \right\rfloor = 3 \frac{15}{19}$ таких наборов, но целые мы пока не считали, поэтому уберём только 3. У нас осталось $80-8-3 \cdot 19 = 15$ чисел, и если мы уберём их все, то получим:

Урано.

П.е. первая селёрка. Это максимальный 5-й слева разряд при условии, что предыдущие селёрки разряды = 9.

Уменьш. число: 99997484950... 78 79, если мы не включили в последовательность 80

Ответ: 99997484950...7879 (если в условии все nat. числа от 1 до 80 включительно), или 99997484950...787980 (если в условии все nat. числа от 1 до 80 включительно)

отличия над ними

$1+2+7+3+1+2+1+4+1+2+1+3+1+2+1+5$
 $+1+2+1+6+1+2+1+3+1+2+1+4+1+2+1+3+$
 $= 20+20+15+9+2+5+6 = 78$

$5^0, 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, 5^5, 5^6, 5^7, 5^8, 5^9, 5^{10}, 5^{11}, 5^{12}, 5^{13}, 5^{14}, 5^{15}, 5^{16}, 5^{17}, 5^{18}, 5^{19}, 5^{20}, 5^{21}, 5^{22}, 5^{23}, 5^{24}, 5^{25}, 5^{26}, 5^{27}, 5^{28}, 5^{29}, 5^{30}, 5^{31}, 5^{32}, 5^{33}, 5^{34}, 5^{35}, 5^{36}, 5^{37}, 5^{38}, 5^{39}, 5^{40}, 5^{41}, 5^{42}, 5^{43}, 5^{44}, 5^{45}, 5^{46}, 5^{47}, 5^{48}, 5^{49}, 5^{50}, 5^{51}, 5^{52}, 5^{53}, 5^{54}, 5^{55}, 5^{56}, 5^{57}, 5^{58}, 5^{59}, 5^{60}, 5^{61}, 5^{62}, 5^{63}, 5^{64}, 5^{65}, 5^{66}, 5^{67}, 5^{68}, 5^{69}, 5^{70}, 5^{71}, 5^{72}, 5^{73}, 5^{74}, 5^{75}, 5^{76}, 5^{77}, 5^{78}, 5^{79}, 5^{80}, 5^{81}, 5^{82}, 5^{83}, 5^{84}, 5^{85}, 5^{86}, 5^{87}, 5^{88}, 5^{89}, 5^{90}, 5^{91}, 5^{92}, 5^{93}, 5^{94}, 5^{95}, 5^{96}, 5^{97}, 5^{98}, 5^{99}, 5^{100}$

Перебрали их, что

Теперь перебираем их все, т.к. они перемножаются в 80!

а, т.к. $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$, сложили все показ степени:

$1+1+1+1+2+1+1+1+1+2+1+1+1+1+2+1 = 2 \cdot 3 + 1 \cdot 13 = 6 + 13 = 19$

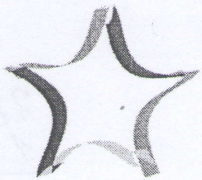
Наибольшая степень пятёрки, на которую $80! = 19$

Сократив дроби на 5^{19} в знаменателе получим $2^2 \cdot 5^{61} \cdot (x^a \cdot x^b)^{19}$

Числитель больше не делится ни на 5, ни на 2, значит $2^2 \cdot 5^{61}$

Ответ: $2^2 \cdot 5^{61} = 10^2 \cdot 5^{59}$

$10, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80$
 Перебрали их, что
 Теперь перебираем их все, т.к. они перебираются в 80!
 а, т.к. $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$, сложили все показ степени: (группы попарно)
 $1+1+1+1+2+1+1+1+1+2+1+1+1+1+2+1 = 2 \cdot 3 + 1 \cdot 13 = 6 + 13 = 19$
 Наибольшая степень пятёрки, на которую $80! = 1 \cdot 19$
 Сократив дроби на 5¹⁹ в знаменателе получили $2^{2 \cdot 56} \cdot (x^a \cdot x^b)^{19}$
 Числитель больше не делится ни на 5, ни на 2, значит $2^{2 \cdot 56} \cdot x^{19(a+b)}$
 Ответ: $2^{112} \cdot 5^{61} = 10^{112} \cdot 5^{59}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 58-07-09

№ 7

Дано:

$$\frac{L}{v_g} = \frac{S}{v_n}$$
$$\frac{L+4S}{v_g} = \frac{3S}{v_n}$$

Найти:

$$\frac{v_g}{v_n} = ?$$

Решение:

$\frac{S}{v_n} = \frac{L}{v_g} \quad | \cdot 3$

$\frac{3S}{v_n} = \frac{3L}{v_g}$

$\frac{3S}{v_n} = \frac{L+4S}{v_g} \quad | \text{по укл}$

$\frac{3L}{v_g} = \frac{L+4S}{v_g} \quad | \cdot v_g$

$3L = L+4S$

$2L = 4S$

$L = 2S$

Подставим L в уравнение №1

$\frac{2S}{v_g} = \frac{S}{v_n} \quad | : S$

$\frac{2}{v_g} = \frac{1}{v_n}$

по правилу пропорции

$v_g = 2v_n$

$\frac{v_g}{v_n} = \frac{2v_n}{v_n} = 2$

Ответ: в 2 раза меньше

$(v_n - \text{скорость Пети,}$
 $v_g - \text{скорость груза Пети,}$
 $4S - \text{длина тоннеля,}$
 $L - \text{расстояние от груза}$
 $\text{до тоннеля когда Петька}$
 $\text{прошел } \frac{1}{4} \text{ тоннеля})$

Дано:

$$V_k = 3 \cdot 3 \cdot 3 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{ящ}} = 40 \cdot 70 \cdot 190 \text{ см}^3$$

$$V_{\text{л}} = 1650 \text{ л/мин}$$

Найти:
 $t_{\text{заг.}} = ?$

№ 5

Решение:

$$V_{\text{л}} = 1 \text{ дм}^3; 1650 \text{ л/мин} = 1650 \text{ дм}^3/\text{мин}$$

$$V_{\text{водн}} = V_k - V_{\text{ящ}}$$

$$V_k = 3 \cdot 3 \cdot 3 \text{ м}^3 = 30 \cdot 30 \cdot 30 \text{ дм}^3 = 27000 \text{ дм}^3$$

$$V_{\text{ящ}} = 40 \cdot 70 \cdot 190 \text{ см}^3 = 4 \cdot 7 \cdot 19 \text{ дм}^3 = 532 \text{ дм}^3$$

$$V_{\text{водн}} = 27000 - 532 = 26468$$

$$t_{\text{заг.}} = \frac{V_{\text{водн}}}{V_{\text{л}}} = \frac{26468}{1650} = 16 \frac{478}{1650} \approx 16 \text{ мин}$$

Ответ: 16 минут.

№ 6.

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 19 \\ \hline 252 \\ + 28 \\ \hline 532 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1650 \\ - 16 \\ \hline 1634 \\ + 90 \\ \hline 1655 \\ + 165 \\ \hline 26400 \end{array}$$

Дано:

$$a = 10 \text{ см.}$$

$$b = 12 \text{ арш.}$$

$$c = 12 \text{ локт.}$$

$$S_{\text{окн}} = 2 \cdot 3 \text{ локт.}$$

$$1 \text{ локоть} = 45 \text{ см}$$

$$1 \text{ см.} = 0,18 \text{ м.}$$

$$1 \text{ арш.} = 0,8 \text{ м.}$$

$$1 \text{ л.кр.} = 5 \text{ м}^2$$

$$15 = 5 \text{ л.}$$

Найти:
 $K_{\text{бюж.кр.}} = ?$

Решение: 1 локоть = 0,45 м (K - количество банок краски)

$$10 \text{ см.} = 18 \cdot 10 \text{ м} = 18 \text{ м.}$$

$$12 \text{ арш.} = 12 \cdot 0,8 = 9,6 \text{ м}$$

$$12 \text{ локт.} = 45 \text{ см.} \cdot 12 = 540 \text{ см} = 5,4 \text{ м.}$$

$$S_{\text{пов. ст.}} = 5,4 \text{ м.} \cdot 9,6 \text{ м} \cdot 2 + 5,4 \text{ м.} \cdot 18 \text{ м.} \cdot 2 = 103,68 + 194,6 = 298,28 \text{ м}^2$$

(учит. на 2, т.к. 2 противополож. стороны одинаковы по условию, дом - прямоугольный параллелепипед)

$$S_{\text{окн}} = 6 \text{ л.}$$

$$S_{\text{окн}} = 0,9 \text{ м.} \cdot 1,35 \text{ м} = 1,215 \text{ м}^2$$

Всего. окон 4 (стен. 2 (лок. на стене) = 8, из суммарной

$$S = 1,215 : 8 = 9,72$$

$$S_{\text{ст. без окн}} = 298,28 - 9,72 = 288,56$$

$$\text{Краски понадобится } \frac{288,56}{5} = 57,712 \text{ (57,712)}$$

значит, банок нужно будет 11, а остаток $\frac{57,712}{5} = 11,5424$

цена

придется набирать из 12-й банки.

Ответ: 12 банок.

№ 8.

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 12 \\ \hline 57 \\ + 50 \\ \hline 540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,4 \\ + 9,6 \\ \hline 15 \\ + 186 \\ \hline 194,6 \\ + 103,68 \\ \hline 298,28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,4 \\ + 18 \\ \hline 432 \\ + 54 \\ \hline 972 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1215 \\ - 8 \\ \hline 9720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ - 0,9 \\ \hline 1215 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 298,28 \\ - 9,72 \\ \hline 288,56 \end{array}$$

6,81
549

6129

2424

3405

373869