



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Ю-Ю-09-068

шифр.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	—	—	0	10	15	6	54

Вариант 1

Дано:
график
 $t_{0-6} = 0^\circ\text{C}$
 $t_{0-11} = 0^\circ\text{C}$
 $S = 15 \text{ м}^2$
 $h_H = 120 \text{ см}$
 $h_K = 115 \text{ см}$
 $\rho_6 = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
 $\rho_n = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
 $m_6 = ?$
 $m_n = ?$

Решение

$$h_H = h_6 + h_n \quad h_K = h_6 + h_2$$

$$h_6 + h_n = 120$$

$$h_6 + h_2 = 115$$

$$h_n - h_2 = 5$$

$$h_n = 5 + h_2$$

$$m = \rho \cdot V \quad V = h \cdot S$$

$$m = \rho \cdot h \cdot S$$

$$m_n = m_2$$

$$\rho_n \cdot h_n \cdot S = \rho_6 \cdot h_2 \cdot S$$

$$h_n = \frac{\rho_6 \cdot h_2 \cdot S}{\rho_n \cdot S} = \frac{\rho_6 \cdot h_2}{\rho_n}$$

$$5 + h_2 = \frac{\rho_6 \cdot h_2}{\rho_n}$$

$$5 + h_2 = \frac{1 \cdot h_2}{0,9}$$

$$5 + h_2 = 1,1 h_2$$

$$h_2 = 50$$

$$h_n = 55$$

$$m_n = \rho_n \cdot h_n \cdot S$$

$$m_n = 0,9 \cdot 55 \cdot 15 = 742,5 \text{ (г)}$$

$$m_6 = \rho_6 \cdot h_6 \cdot S$$

$$h_6 = h_H - h_n = 120 - 55 = 65$$

$$m_6 = 1 \cdot 65 \cdot 15 = 975 \text{ (г)}$$

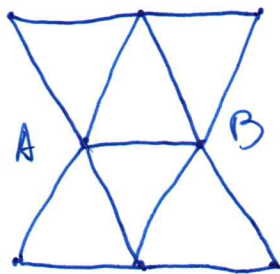
Ответ: $m_6 = 975 \text{ г}$; $m_n = 742,5 \text{ г}$

57

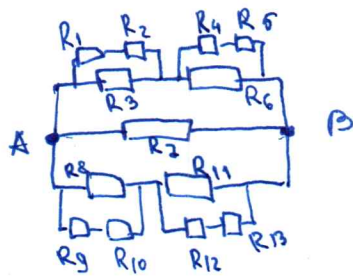
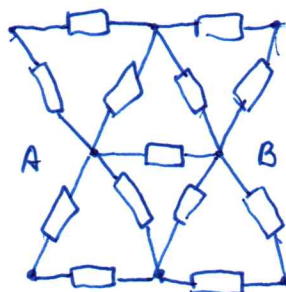
Дано:
 $R_0 = 10 \text{ Ом}$

Решение

Роды - ?



представим эту схему в виде
 проводов и резисторов



$R = R_1 + R_2$ при последовательном соед
 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ при параллельном соед

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{12} = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = R_9 = R_{10} = R_{11} = R_{12} = R_{13} = R_0 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_{12} = R_{45} = R_{910} = R_{1213} = R_1 + R_2 = 10 + 10 = 20 \text{ (Ом)}$$

$$R_{123} = R_{456} = R_{8910} = R_{111213} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = \frac{20}{3} \text{ (Ом)}$$

$$R_{1-6} = R_{8-13} = 2 \cdot R_{123} = 2 \cdot \frac{20}{3} = \frac{40}{3} \text{ (Ом)}$$

$$R_{1-7} = \frac{R_{1-6} \cdot R_7}{R_{1-6} + R_7} = \frac{\frac{40}{3} \cdot 10}{\frac{40}{3} + 10} = \frac{\frac{400}{3}}{\frac{70}{3}} = \frac{40}{7} \text{ (Ом)}$$

$$R_{1-13} = \frac{R_{1-7} \cdot R_{8-13}}{R_{1-7} + R_{8-13}} = \frac{\frac{40}{7} \cdot \frac{40}{3}}{\frac{40}{7} + \frac{40}{3}} = \frac{\frac{1600}{21}}{\frac{120 + 280}{21}} = \frac{1600 \cdot 21}{21 \cdot 400} = 4 \text{ (Ом)}$$

Ответ: 4 Ом

52

Пусть x человек обдужили 2 касир до обеда, а y человек обдужили после
 обеда, $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$

	до обеда	после обеда	за день
1к	$0,75x \text{ р}$	$1,2y \text{ р}$	$(0,75x + 1,2y) \text{ р}$
2к	$x \text{ р}$	$y \text{ р}$	$(x + y) \text{ р}$

по условию 1к обдужили
 на 10% больше, чем 2к
 тогда 1к обдужили
 за весь день $1,1(x + y) \text{ р}$

по условию $1,1(x + y) + (x + y) < 250$

$$\begin{cases} 2,1(x + y) < 250 \\ 0,75x + 1,2y = 1,1x + 1,1y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y < 119 \\ 0,1y = 0,35x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y < 119 \\ 0,1y = 0,35x \end{cases}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№2

$$\begin{cases} x + y < 119 \\ y \geq 3,5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4,5x < 119 \\ y + \frac{y}{3,5} < 119 \\ 0,1y \geq 0,35x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 26 \\ y < 92 \\ y \geq 3,5x \end{cases}$$

так $x \in \mathbb{N}$ и $y \in \mathbb{N}$, то $y : 3,5$ без остатка $\Rightarrow y : 7$ и $y : 5$

$$y \geq 70$$

$$x \geq 20$$

$$y \geq 35$$

$$x \geq 10$$

Проверка:

$$0,75x = 15$$

$$1,2y = 84$$

$$0,75 \cdot 20 + 1,2 \cdot 70 = 1,1(20 + 70)$$

$$99 \geq 99$$

верно

$y \geq 70$ и $x \geq 20$ — решение

$$x + y \geq 90$$

Ответ: 90

$0,75x = 7,5$ по условию кассир не может обслужить 7,5 человек

Поэтому эти значения не удовлетворяют условию

51

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y + z)^2 \\ y^2 + 3 = (x + z)^2 \\ z^2 + 4 = (x + y)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y + z)^2 - x^2 = 2 \\ (x + z)^2 - y^2 = 3 \\ (x + y)^2 - z^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y + z + x)(y + z - x) = 2 \\ (y + z + x)(x + z - y) = 3 \\ (y + z + x)(x + y - z) = 4 \end{cases}$$

умножим все уравнения и вынесем общий множитель $(y + z + x)$

$$(y + z + x)(y + z - x + x + z - y + x + y - z) = 9$$

$$(y + z + x)(y + z + x) = 9$$

$$(y + z + x)^2 = 9$$

$$y + z + x = 3$$

или

$$y + z + x = -3$$

$$\begin{cases} y + z + x = 3 \\ 3(y + z - x) = 2 \\ 3(x + z - y) = 3 \\ 3(x + y - z) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + z + x = -3 \\ -3(y + z - x) = 2 \\ -3(x + z - y) = 3 \\ -3(x + y - z) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + z + x = 3 \\ y + z - x = \frac{2}{3} \\ x + z - y = 1 \\ y + x - z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + z + x = -3 \\ y + z - x = -\frac{2}{3} \\ x + z - y = -1 \\ y + x - z = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + z + x = 3 \\ y + z = \frac{2}{3} + x \\ x + z = 1 + y \\ y + x = \frac{4}{3} + z \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + z + x = -3 \\ y + z = x - \frac{2}{3} \\ x + z = y - 1 \\ y + x = z - \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + \frac{2}{3} = 3 \\ 2y + 1 = 3 \\ 2z + \frac{4}{3} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - \frac{2}{3} = -3 \\ 2y - 1 = -3 \\ 2z - \frac{4}{3} = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7}{6} \\ y = 1 \\ z = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{7}{6} \\ y = -1 \\ z = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

По условию: $x > 0, y > 0, z > 0$.

Ответ: $(x = \frac{7}{6}, y = 1, z = \frac{5}{6})$ или $(x = -\frac{7}{6}, y = -1, z = -\frac{5}{6})$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

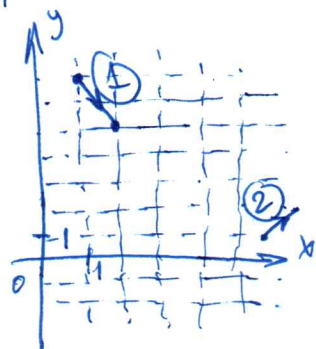
Вариант 1

58

Дано:
график

Решение

$A(x; y) - ?$
 $d - ?$



$$y = kx + b$$

для участка 1

$$(1; 5) \quad (2; 3)$$

$$5 = k + b$$

$$3 = 2k + b$$

$$2 = -k$$

$$k = -2 \quad b = 7$$

$$y = -2x + 7$$

для участка 2

$$(6; 1) \quad (7; 2)$$

$$1 = 6k + b \quad 2 = 7k + b$$

$$k = 1 \quad b = -5$$

$$y = x - 5$$

Найдём общую точку

$$-2x + 7 = x - 5$$

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq -1 \end{cases}$$

$A(4; -1)$ — координата точки отражения



Пусть $B(1; 5), C(2; 3), D(1; 3)$

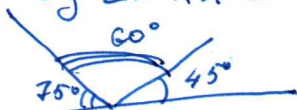
рассмотрим $\triangle BCD$ — прямоугольник

$$\tan \angle BCD = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \angle BCD = 75^\circ$$

Пусть $K(6; 1), N(7; 2), L(7; 1)$

рассмотрим $\triangle KNL$ — прямоугольник

$$\tan \angle NKL = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \angle NKL = 45^\circ$$



— если зеркало расположено

параллельно горизонту, то угол падения равен углу отражения

значит, углы падения лучей должны быть равны 60°



но если угол падения первого луча к горизонту

равен 75° , а угол падения этого же луча на

зеркало равен $60^\circ \Rightarrow$ угол между горизонтом и зеркалом

geben 15°

$$\Rightarrow d = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$$

Orbital: $A(4; -1)$, $d = 165^\circ$