

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-87

Задача 6

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

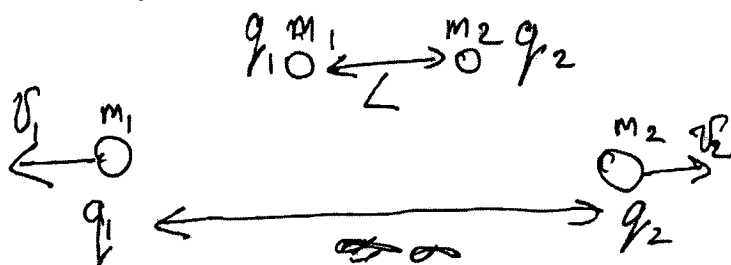
$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{k q_1 q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$m_2 v_2^2 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) = \frac{2 k q_1 q_2}{L}$$

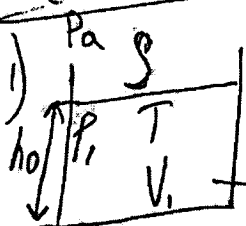
$$v_2 = \sqrt{\frac{2 k q_1 q_2 \cdot m_1}{L m_2 (m_1 + m_2)}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 k q_1 q_2 m_2}{L m_1 (m_1 + m_2)}}$$

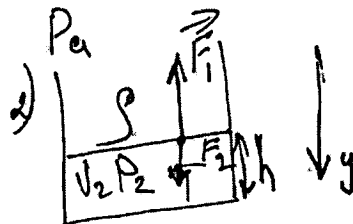


$$\text{Ответ: } v_1 = \sqrt{\frac{2 k q_1 q_2 m_2}{L m_1 (m_1 + m_2)}}; v_2 = \sqrt{\frac{2 k q_1 q_2 m_1}{L m_2 (m_1 + m_2)}}$$

Задача 7



ненасыщенный



$$O_y: F_2 - F_1 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \Rightarrow p_1 S = p_2 S$$

$$p_2 = p_1 \quad p_1 = \frac{p_a}{2}$$

$$\text{Используем Менделеева-Клапейрона: } p_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} R T. \quad V_1 = h_0 S \Rightarrow m_1 = \frac{p_a h_0 S \mu}{2 R T}$$

$$m_1 = \frac{10^5 \cdot 0,3 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31 \cdot 373} \approx$$

$$\approx 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$$

$$\text{Ответ: } m_1 = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$$

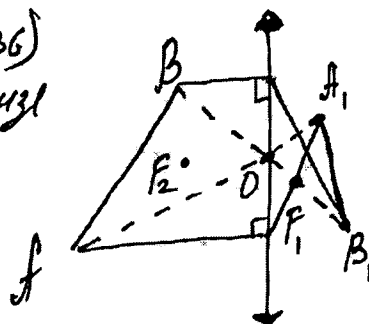


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-87

Задача 8

1. BB' и AA' — пересекаются в оптическом центре линзы (по 3-му св-ву линзы)
2. Координаты оптического центра $O(36;36)$
продолжение AA' и BB' пересекаются на линзе
3. Опустим $\perp$ перпендикуляр на линзу из точек F_1 и F_2 и соединим с их изоб-ражением



точка пересечения фокусов

Координаты фокусов: $(39;39)$ и $(31;34)$

Ответ: фокусы: $(39;39)$ и $(31;34)$; оптические центры $(31;34)$

Задача 4

$$a_1 = \cos 10^\circ; a_2 = \cos 100^\circ; a_n = \cos(10^n)^\circ \dots$$

$$\cos(10^n)^\circ = \underbrace{99 \dots 9}_{n-1}^\circ + 10^\circ \Rightarrow \cos(10^n)^\circ = \frac{\pi}{2} \cdot \underbrace{111 \dots 111}_{n-1} + 10^\circ$$

n-1-слагаемых

$111 \dots 1$ при делении на 4 даёт остаток 3, то есть по модулю 4 $k+10^\circ$ не попадает $\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2}$ — координатная единица. $\Rightarrow$
для $n > 2$: $\cos(10^n)^\circ = \sin 10^\circ \Rightarrow a_1 \cos x + (a_2 + a_3 + a_4) \sin x =$
 $= \cos 10^\circ \cos x - \sin 10^\circ \sin x = \cos(10^\circ + x) \Rightarrow -1 \leq \cos(10^\circ + x) \leq 1 \Rightarrow$
наименьшее значение: -1

Ответ: -1





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 612-11-87

Задача 3

$$a=2^x, b=3\sin^2 y, c=6\ln^2 z \Rightarrow a^2+b^2+c^2=16$$

$$2^{x+1} + 3\sin^2 y - 6\ln^2 z = 2a + 3b - 6c \leq \sqrt{2^2+3^2+6^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2+c^2} = 7\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

по неравенству КБШ? Чо по? $\Rightarrow 28 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2^{x+1} + 3\sin^2 y - 6\ln^2 z \leq 28 \text{ з.м.д.}$$



Задача 2

$$\begin{cases} \frac{\log_3 x \cdot \log_4 y}{\log_2 xy} = \frac{1}{3} \\ \frac{\log_3 y \cdot \log_5 2}{\log_5(yz)} = \frac{3}{5} \Rightarrow \\ \frac{\log_2 2 \cdot \log_2 x}{\log_6 2x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\log_2(xy)}{\log_3(x) \log_4(y)} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_5(2y)}{\log_3(y) \log_5(2)} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_2(2x)}{\log_3 2 \log_2 x} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\log_4 xy}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_2 zy}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \Rightarrow \\ \frac{\log_x x2}{\log_3 2} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

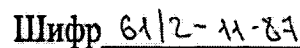
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\log_2(y)+1}{\log_3 2} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_x(2)+1}{\log_3 x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \\ \frac{\log_y x + 1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\frac{\log_3 4}{\log_2 2 \log_3 y} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\log_3 y} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{8}{3} \\ \frac{1}{\log_3 2} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \Rightarrow \\ \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 2} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

не решение!

$$\begin{aligned} \log_3 2 = 3 &\Rightarrow 2 = 27 \\ \log_3 y = 2 &\Rightarrow y = 9 \\ \log_3 x = 1 &\Rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

Ответ: $x=3, y=9, z=27$



5/4