

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	—	0	10	15	6	68

Вариант 2

№ 1

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 1 = (x+z)^2 \\ z^2 + 1 = (x+y)^2 \end{cases}$$

$$x^2 + 2 + y^2 + 1 + z^2 + 1 = (y+z)^2 + (x+z)^2 + (x+y)^2$$

$$x^2 + 2 +$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4 = y^2 + 2yz + z^2 + x^2 + 2xz + z^2 + x^2 + 2xy + y^2$$

$$4 = y^2 + z^2 + x^2 + 2yz + 2xz + 2xy$$

$$4 = (y+z+x)^2$$

$y+z+x=2$, т.к. $y+z+x>0$, по условию, а значит -2 равняется не можем.

$$x = 2 - y - z$$

$$x^2 + 2 = (y+z)^2$$

$$((2-y)-z)^2 + 2 = (y+z)^2$$

$$(2-y)^2 - 2(2-y)z + z^2 + 2 = y^2 + 2yz + z^2$$

$$4 - 4y + y^2 - 4z + 2zy + z^2 + 2 = y^2 + 2yz + z^2$$

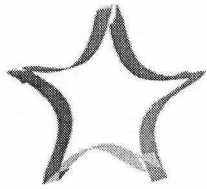
$$4 - 4y - 4z + 2 = 0$$

$$6 - 4y - 4z = 0$$

$$3 - 2y - 2z = 0$$

$$3 = 2y + 2z$$

$$3 = 2(y+z) \Rightarrow y+z=1,5$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№1 (продолжение)

$$x = 2 - y - z = 2 - (y + z) = 2 - 1,5 = 0,5.$$

~~$$y = 1,5 - z \quad z = \sqrt{\quad} \quad z = 1,5 - y$$~~

$$y^2 + 1 = (x + z)^2$$

~~$$(1,5 - z)^2 + 1 = x^2 + (0,5 + z)^2$$~~

$$y^2 + 1 = (0,5 + 1,5 - y)^2$$

$$y^2 + 1 = (2 - y)^2$$

$$y^2 + 1 = 4 - 4y + y^2$$

$$4 - 4y = 1$$

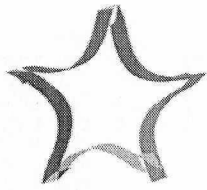
$$3 - 4y = 0$$

$$4y = 3$$

$$y = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$z = 1,5 - y = 1,5 - 0,75 = 0,75$$

Ответ: $x = 0,5$; $y = 0,75$; $z = 0,75$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

ком-во покупателей Вариант 2

№2

До обеда

1	$0,75x$
2	x поп.

После обеда

1	$1,2y$
2	y

Пусть 2-ой кассир обслужил до обеда x посетителей, тогда 1 обслужил на 25% меньше, а значит $0,75x = 0,75x$.

Пусть 2-ой кассир обслужил после обеда y посетителей, тогда 1-ый на 20% больше, а значит $y + 0,2y = 1,2y$.

1-ый кассир обслужил за день $0,75x + 1,2y$ посетителей, а второй $x + y$, также известно, что первый обслужил на 10% больше.

$$\begin{cases} 0,75x + 1,2y = 1,1(x + y) \\ 0,75x + x + 1,2y + y < 250 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,75x + 1,2y = 1,1x + 1,1y \\ 1,75x + 2,2y < 250 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,1y = 0,35x \\ 1,75x + 2,2y < 250 \end{cases}$$

$$0,1y = 0,35x$$

$$y = \frac{0,35x}{0,1} = 3,5x$$

$$1,75x + 2,2y < 250$$

$$1,75x + 2,2 \cdot 3,5x < 250$$

$$1,75x + 7,7x < 250$$

$$9,45x < 250$$

$$x < \frac{250}{9,45}$$

$$x < 26, x; \text{ где } x > 0.$$

$$x \leq 26$$

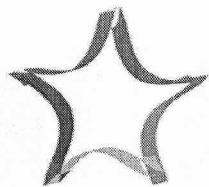
$$\begin{array}{r} 1 \\ 35 \\ \times 22 \\ \hline 70 \\ 70 \\ \hline 770 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 175 \\ + 770 \\ \hline 945 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25000 \overline{) 945} \\ - 1890 \\ \hline 6100 \\ - 5670 \\ \hline 4300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 945 \\ \times 2 \\ \hline 1890 \\ 945 \\ \hline 5670 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 945 \\ \times 26 \\ \hline 15670 \\ 1890 \\ \hline 24570 \end{array}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

№2 (продолжение)

Вариант 2

Заметим, что $x:4$, т.к. 1 кассир обслужит $\frac{3}{4}x$ покупателей, при этом кол-во покупателей натуральное число, значит

$$x:4, \text{ и } x \leq 26.$$

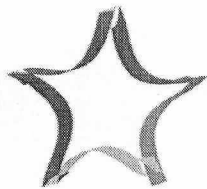
Тогда x может быть равен: 24, 20, 16, 12, 8, 4. Подставим y под эти значения x , т.к. $y = 3,5x$. $y = 84, 70, 56, 42, 28, 14$

Получилась таблица.

Также нужно заметить, что $y:5$, т.к. после обеда первый кассир обслужит $1\frac{1}{5}y = \frac{6}{5}y$. Единственный вариант y , который делится на 5. Это 70, значит $y = 70$, а $x = 20$ (соответственно) первый кассир обслужит $0,75x + 1,2y$ покупателей это

$$\frac{3}{4} \cdot x + \frac{6}{5} \cdot y = \frac{3}{4} \cdot 20 + \frac{6}{5} \cdot 70 = 15 + 84 = 99 (\text{п.})$$

Ответ: 99 покупателей.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

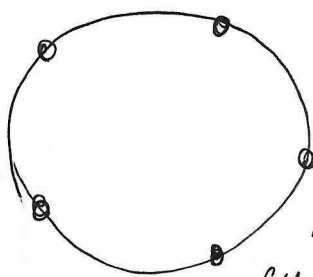
шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№3

$n = 2025$ т.

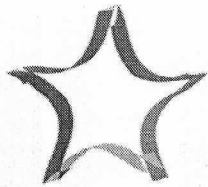


Рассмотрим какие k -угольники можно получить. Всего вершин 2025, значит максимум $k = 2025$, а минимум $k = 3$, т.к. это треугольник, а многоугольника, который содержит меньше 3 вершин не существует.

Попробуем нарисовать треугольник с точкой A , тогда останется 2022 не задействованных точки, из которых можно сделать 2022-угольник с этими вершинами. А значит треугольников с точкой A , а и 2022-угольников без точки A равное кол-во, т.к. пока можно составить треугольник с точкой A можно сделать 2022-угольник без точки A .

Пусть $3 \leq k \leq 2022$

Тогда для любого k -угольника с точкой A можно сделать из оставшихся точек $(2025 - k)$ -угольник без точки A , и как мы уже сказали до этого их будет равное кол-во фигур. Тогда осталось рассмотреть 2023, 2024 и 2025 угольники. Рассмотрим 2025-угольник, тогда всего можно выделить точка A - и его кол-во = 1, т.к. других 2025 создать невозможно, нужно обязательно использовать все точки, а 2025-угольника без точки A соответственно не существует.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№3 (продолжение)

Рассмотрим 2023^4 угловых с точкой A , тогда
нужно не брать какую-то 1 из 2024 точек отличных от A ,
а выбрать 1 иликую точку 2024 варианта, а значит
столько и 2024 -угловых с точкой A .

Рассмотрим 2024 -угловых без точки A . А тогда
существует всего 1 такой многоугольник, т.к. надо брать
все 2024 точки отличной от A .

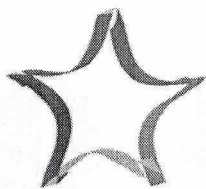
Рассмотрим 2023 -угловых с точкой A . Тогда
надо не брать какие-то 2 из 2024 точек отличных от A .
А выбрать 2 точки из 2024 есть $\frac{2024 \cdot 2023}{2} = 1012 \cdot 2023$ способов.
Это 2047276 способов.

Рассмотрим 2023 -угловых без точки A . Тогда надо не
брать точку A и ещё 1 точку из 2024 отличных от A .
А выбрать эту точку 2024 варианта, значит столько
 2023 -угловых без A существует.

$$\underbrace{2047276 + 2024 + 1 + m}_{\text{с точкой } A} \geq \underbrace{2024 + 1 + m}_{\text{количество многоугольников без точки } A}$$

м - как во многоуголь-
с точкой A и без точки
а от 3 до 2022 вершин.

Ответ: m - количество многоугольников с точкой A
больше или 2047276 .

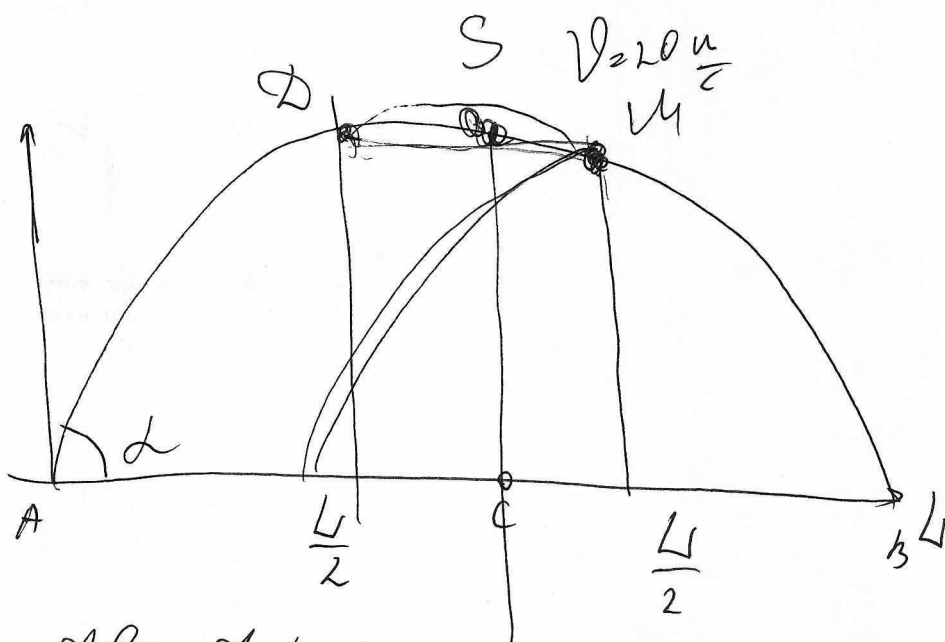


**Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»**

шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

 $\sqrt{5}$ 

~~A~~C A B = C

$$\Delta C = \frac{L}{2} = CB$$

Рассмотрим ² случая, 1 это когда шарик ступил

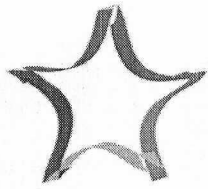
Сосредоточимся на дуге AB и найдем ее длину. Пусть C — точка на дуге AB , т.е. в 1 повороте

осталось такой же, но направление $\vec{v}$ удвоилось, тогда его скорость

Марик пометит в начальную точку. И расстояние падении

2 случай. Марин ударился в точке М, тогда V останется 20, а из правили
поменяется тогда она пройдет расстояние как от точки М в точку

$\text{SD} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№ 6 $\rho_{\text{л}} = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ $S = 15 \text{ см}^2$
 $\rho_{\text{в}} = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

Заметим, что когда лёд растаял, то уровень воды с 120 см упал на 115 см, а значит понизился на 5 см. Масса льда вначале = массе воды, образовавшейся при растоплении льда.

Составим формулу масс и приравняем её в 2 случаях агрегатного состояния

$$\rho_{\text{л}} \cdot (h_{\text{л}} + 5) \cdot S = \rho_{\text{в}} \cdot h_{\text{в}} \cdot S$$

$h_{\text{в}}$ — высота воды, образовавшейся из льда

$h_{\text{л}}$ — высота льда

$$\rho_{\text{л}} (h_{\text{л}} + 5) = \rho_{\text{в}} \cdot h_{\text{в}}$$

$$\rho_{\text{л}} \cdot h_{\text{л}} + 5 \rho_{\text{л}} = \rho_{\text{в}} \cdot h_{\text{в}}$$

$$0,9 h_{\text{л}} + 5 \cdot 0,9 = h_{\text{в}}$$

$$4,5 = 0,1 h_{\text{л}}$$

$$h_{\text{л}} = \frac{4,5}{0,1} = 45 \text{ см}$$

$$h_{\text{л}} = 45 + 5 = 50 \text{ см}$$

$$m_{\text{л}} = h_{\text{л}} \cdot S \cdot \rho_{\text{л}} = 50 \cdot 15 \cdot 0,9 = 675 \text{ г}$$

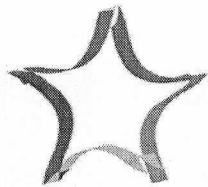
В конце, когда весь лёд растаял $h_{\text{в}} = 115 \text{ см}$. Найдём полную массу воды.

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \cdot h_{\text{в}} \cdot S = 1 \cdot 115 \cdot 15 = 1725 \text{ г}$$

Найдём маленькую массу воды (исходную),

$$m_{\text{и.в}} = m_{\text{в}} - m_{\text{л}} = 1725 \text{ г} - 675 \text{ г} = 1050 \text{ г}$$

От вет: $m_{\text{л}} = 675 \text{ г}$, $m_{\text{в}} = 1050 \text{ г}$,



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

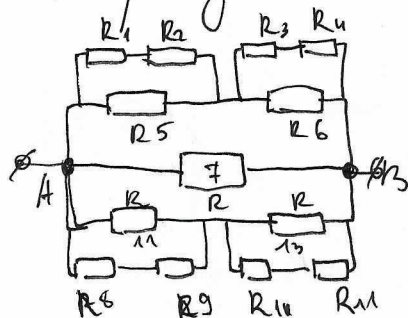
шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№ 7

Нарисуем схему эквивалентную данной в условии:



$$R_1 R_2 = R_1 R_2$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 8 + 8 = 16 \text{ Ом}$$

$$\frac{1}{R_{125}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$$

$$R_{12} = R_{34} = R_{89} = R_{1011} = 16 \text{ Ом} \quad R_{125} = \frac{16}{3}$$

$$R_{125} = R_{346} = R_{8911} = R_{101113} = \frac{16}{3} \text{ Ом}$$

$$\frac{1}{R_{\text{одн}}} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8}$$

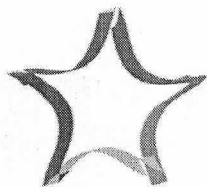
$$R_{123456} = R_{125} + R_{346} = \frac{16}{3} + \frac{16}{3} = \frac{32}{3} \text{ Ом}$$

$$R_{123456} = R_{8910111213} = \frac{32}{3} \text{ Ом}$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_7} + \frac{2}{R_{123456}} = \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{3}{32} = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$$

$$R_{\text{общ}} = \frac{16}{5} = 3 \frac{1}{5} = 3,2 \text{ Ом}$$

Ответ: 3,2 Ом.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№8

Напишем функции двух лучей:

$$I(x) \quad I(0) = 7$$

Т.к. наши графики линейные функции, то их функции

$$kx + b \quad I(2) = 2k_1 + b_1 = 3$$

$$\cancel{I(0) = 6} \quad k_1 = 3 - 5 = -2$$

$$\cancel{b_1 = 7} \quad b_1 = 3 - 2k_1 = 3 + 4 = 7$$

$$I(1) = k_1 + b_1 = 5$$

$$\cancel{k_1 = 5 - 7 = -2}$$

$$II(7) = 7k_2 + b_2 = 2$$

$$II(6) = 6k_2 + b_2 = 1$$

$$k_2 = 1$$

$$b_2 = 2 - 7k_2 = 2 - 7 = -5$$

$$I(x) = -2x + 7$$

$$II(x) = x - 5$$

Найдём точку пересечения,
что и будет точкой отражения,
для этого приравняем функции

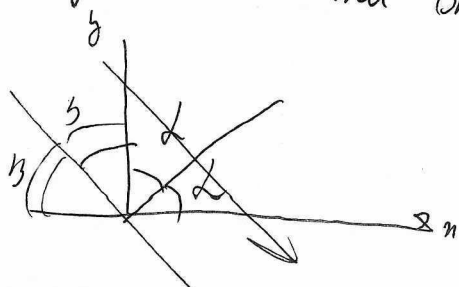
$$-2x + 7 = x - 5$$

$$-3x = -12$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

Координаты точки отражения $(4; -1)$.



$\alpha =$

$$\text{ВмВм: } 4; -1; \frac{\arctg(2) - 45}{2}$$