



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 58-07-11

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	12	0	11	8	10	15	12	68

Вариант 1

Задача 1.

Всего в данной записи имеется $9 \cdot 1 + (80 - 9) \cdot 2 = 9 + 71 \cdot 2 = 9 + 142 = 151$ цифра. После вычеркивания мы получим $151 - 80 = 71$ цифру. Чтобы получить наибольшее число, вычеркнем наименьшие цифры:

1) $0 \rightarrow 10, 20, 30, \dots, 70, 80 \rightarrow 8$ нулей $\rightarrow 80 - 8 = 72$ ц. (ост.)

Теперь заметим, что для цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 будут такие десятки (для 1 - второй десяток, для 2 - третий, ..., для 7 - восьмой), в которых они встречаются 11 раз (в остальных 7 десятках - по 1 разу), и того $11 + 7 = 18$ раз

2) $1 \rightarrow 18$ единиц $\rightarrow 72 - 18 = 54$ ц. (ост.)

3) $2 \rightarrow 18$ двоек $\rightarrow 54 - 18 = 36$ ц. (ост.)

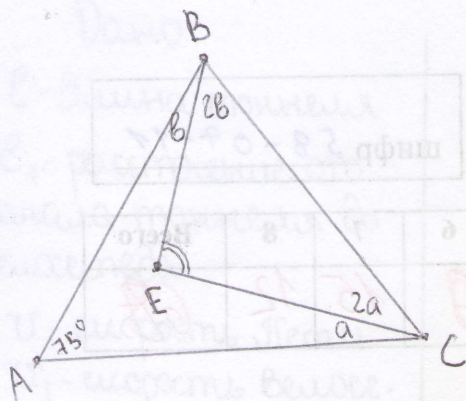
4) $3 \rightarrow 18$ троек $\rightarrow 36 - 18 = 18$ ц. (ост.)

5) $4 \rightarrow 18$ четверок $\rightarrow 18 - 18 = 0$ ц., останется:

18 пятёрок, 18 шестёрок, 18 семерок, 9 восьмёрок, 8 девяток
($18 \cdot 3 + 9 + 8 = 54 + 17 = 71$ ц.)

И того мы получили 71-значное число, состоящее из:

Задача 2.



Дано: $\triangle ABC$, м. E

$$\angle A = 75^\circ$$

$$\angle BCE = 2\angle ACE = 2\angle ACE$$

$$\angle CBE = 2\angle ABE$$

Найти: $\angle BEC$

Решение:

$$\text{пусть } \angle ABE = b^\circ \Rightarrow \angle CBE = 2b, \text{ а } \angle ACE = a^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle BCE = 2a$$

$$\angle B = b + 2b = 3b$$

$$\angle C = a + 2a = 3a$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$75^\circ + 3b + 3a = 180^\circ$$

$$3b + 3a = 105^\circ \quad | :3$$

$$a + b = 35^\circ$$

$$\angle EBC + \angle BEC + \angle BCE = 180^\circ$$

$$2b + \angle BEC + 2a = 180^\circ$$

$$2(a + b) + \angle BEC = 180^\circ$$

$$70^\circ + \angle BEC = 180^\circ$$

$$\angle BEC = 110^\circ$$

Ответ: $\angle BEC = 110^\circ$

Задача 4.

$$1) 10^{80} = 2^{80} \cdot 5^{80}$$

$$2) 5^1 \rightarrow 5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 30 \cdot 35 \cdot 40 \cdot 45 \cdot 60 \cdot 65 \cdot 70 \cdot 80 \rightarrow 5^{12}$$

$$5^2 \rightarrow 25 \cdot 50 \cdot 75 = (5^2)^3 = 5^6$$

$$5^6 \cdot 5^{12} = 5^{18}$$

$$\frac{5^{18}}{5^{80}} = 5^{18-80} = 5^{-62} = \frac{1}{5^{62}}$$

$$3) 2^1 \rightarrow 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58, 62, 66,$$

$$70, 74, 78 \rightarrow (2^1)^{20} \rightarrow 2^{20}$$

$$2^2 \rightarrow 4, 12, 20, 28, 36, 44, 52, 60, 68, 76 \rightarrow (2^2)^{10} \rightarrow 2^{20}$$

$$2^3 \rightarrow 8, 2^4, 40, 56, 72, \dots \rightarrow (2^3)^{54} = 2^{15}$$

$$2^4 \rightarrow 16, 48, 80 \rightarrow (2^4)^3 = 2^{12}$$

$$2^5 \rightarrow 32 \rightarrow 2^5$$

$$2^6 \rightarrow 64 \rightarrow 2^6$$

$$2^{20} \cdot 2^{40} \cdot 2^{20} \cdot 2^{55} \cdot 2^{15} \cdot 2^{67} \cdot 2^{12} \cdot 2^5 \cdot 2^{78} = 2^{78}$$

$$\frac{2^{78}}{2^{80}} = \frac{1}{2^2}$$

4) в знаменателе: $5^{62} \cdot 2^2 = 10 \cdot 5^{60}$

Ответ: $10 \cdot 5^{60}$

115

Задача 5.

Дано:

$$V_k = 3^3 \text{ м}^3 = 27 \text{ м}^3 = 27 \cdot 10^3 \text{ л}$$

$$V_a = 40 \text{ см} \cdot 70 \text{ см} \cdot 190 \text{ см} = 532 \cdot 10^3 \text{ см}^3 = 532 \text{ л}$$

$$v = 1650 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$$

$$t = ? \text{ мин.}$$

Решение:

$$t = \frac{V}{v} = \frac{V_k - V_a}{v}$$

$$t = \frac{27000 \text{ л} - 532 \text{ л}}{1650 \frac{\text{л}}{\text{мин}}} = \frac{26468 \text{ л}}{1650 \frac{\text{л}}{\text{мин}}}$$

$$= 15,43... \text{ мин} \approx 15 \text{ мин.}$$

Ответ: 15 минут.

Задача 6.

Дано:

$$a = 10 \text{ см.}$$

$$b = 12 \text{ см.}$$

$$h = 12 \text{ см.}$$

$$t_1 = 1,8 \text{ см}$$

$$t_{\text{арш.}} = 0,7 \text{ см}$$

$$t_2 = 0,45 \text{ см}$$

$$a_1 = 2 \text{ л}$$

$$b_1 = 3 \text{ л}$$

$$5 \text{ м}^2 \rightarrow 1 \text{ л}$$

$$5 \text{ л} \rightarrow 25 \text{ м}^2 (18)$$

$$\text{кал-во } \delta - ?$$

см:

$$18 \text{ см}$$

$$8,4 \text{ см}$$

$$5,4 \text{ см}$$

$$0,9 \text{ см}$$

$$1,35 \text{ см}$$

Решение:

$$\text{кал-во } \delta = \frac{(2ah + 2bh) - 4 \cdot a_1 b_1}{25 \text{ м}^2}$$

$$\text{кал-во } \delta = \frac{194,4 \text{ м}^2 + 90,72 \text{ м}^2 - 9,72 \text{ м}^2}{25 \text{ м}^2} = \frac{275,4 \text{ м}^2}{25 \text{ м}^2} =$$

$$= 11,016 \delta \approx 12 \delta.$$

Ответ: 12 банок.

Задача 7.

Дано:

l - длина тоннеля

l_1 - расстояние от начала тоннеля до велосипедиста

v - скорость поезда

v_1 - скорость велосипедиста

$$\frac{v_1}{v} = ?$$

Решение:

$$l = vt \Rightarrow t = \frac{l}{v}$$

$$1) \left\{ \begin{aligned} \frac{l}{v} &= \frac{l_1}{v_1} \Rightarrow \cancel{\frac{l}{v}} = \cancel{\frac{l_1}{v_1}} \cdot v = \frac{lv_1}{l_1}; v_1 = \frac{lv(l+l_1)}{3l} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{3}{4}l &= \frac{l+l_1}{v_1} \Rightarrow v = \frac{3lv_1}{4(l+l_1)}; v_1 = \frac{4v(l+l_1)}{3l} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{lv_1}{4l_1} = \frac{3lv_1}{4(l+l_1)}$$

$$3l_1 = l_1 + l_2$$

$$l = 2l_1$$

$$\frac{l}{4v} = \frac{0,5l}{v_1}$$

$$lv_1 = 0,5lv \cdot 4$$

$$v_1 = 0,5v \cdot 4$$

$$v_1 = 2v$$

Ответ: в 2 раза

Задача 8.

Дано:

$$\rho_{cm} = 7,8 \frac{г}{см^3}$$

$$\rho_m = 4,5 \frac{г}{см^3}$$

$$30\% \text{ от } m \Rightarrow 0,3m$$

$$30\% \text{ от } V \Rightarrow 0,3V$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = ?$$

Решение:

$$\rho = \frac{m}{V}; V = \frac{m}{\rho}; m = V\rho$$

$$\rho_1 = \frac{m}{\frac{0,3m}{\rho_{cm}} + \frac{0,7m}{\rho_m}} = \frac{m}{\frac{m(0,3\rho_{cm} + 0,7\rho_m)}{\rho_m \rho_{cm}}} = \frac{\rho_m \rho_{cm}}{0,3\rho_{cm} + 0,7\rho_m} = \frac{4,5 \frac{г}{см^3} \cdot 7,8 \frac{г}{см^3}}{0,3 \cdot 7,8 \frac{г}{см^3} + 0,7 \cdot 4,5 \frac{г}{см^3}} = \frac{35,1 \frac{г}{см^3}}{5,49 \frac{г}{см^3}} \approx 6,4 \frac{г}{см^3}$$

$$\rho_2 = \frac{0,3V \cdot \rho_m + 0,7V \rho_{cm}}{V} = 0,3\rho_m + 0,7\rho_{cm} = 5,49 \frac{г}{см^3}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{5,49 \frac{г}{см^3}}{6,4 \frac{г}{см^3}} = 0,857 \dots \frac{г}{см^3} \approx \underline{0,86}$$

Ответ: в 0,86 раза.