



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-59-11-40

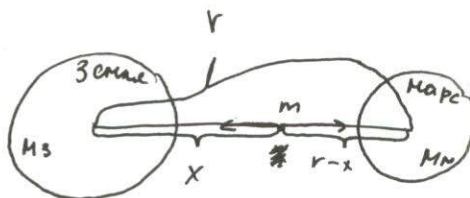
Задача 1

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$r = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км} = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$x = ?$



Пусть в точке Лагранжа находится тело массы m .

Силы притяжения, действующие на него со стороны Земли (F_1) и Марса (F_2) равны.

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= F_2 \\ F_1 &= \frac{G M_3 m}{x^2} \\ F_2 &= \frac{G M_M m}{(r-x)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{G M_3 m}{x^2} = \frac{G M_M m}{(r-x)^2}$$

$$\frac{M_3}{x^2} = \frac{M_M}{(r-x)^2}$$

$$\frac{\sqrt{M_3}}{x} = \frac{\sqrt{M_M}}{(r-x)} \Rightarrow x \sqrt{M_M} = r \sqrt{M_3} - x \sqrt{M_3}$$

Тогда

$$\begin{aligned} x &= \frac{r \sqrt{M_3}}{\sqrt{M_M} + \sqrt{M_3}} = \frac{54,6 \cdot 10^9 \text{ м} \cdot \sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}}{\sqrt{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}} + \sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}} \\ &= \frac{54,6 \cdot 10^9 \text{ м} \cdot \sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}}{\sqrt{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}} + \sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}} = 4,116 \cdot 10^{10} \text{ м} \end{aligned}$$

Ответ: Точка Лагранжа находится на расстоянии $4,116 \cdot 10^{10} \text{ м}$ от центра Земли.

Задача 4.

$$h = 3430 \text{ км} = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$R = \cancel{3430} 3430 \text{ км} = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

$$\cancel{A_2} \cancel{\Delta E_1} = m G$$

$$A_1 = \Delta E_1 = \frac{m G M}{R} - \frac{m G M}{R+h} =$$

$$= \frac{m G M R + m G M h - m G M R}{R(R+h)} =$$

$$= \frac{m G M h}{R(R+h)}$$

$$A_2 = \Delta E_2 = \frac{m v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{G M}{R+h}}$$

$$A_2 = \frac{m G M}{2(R+h)}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\cancel{m G M h} \cdot 2(R+h)}{R(R+h) \cdot \cancel{m G M}} = \frac{\cancel{2 h} \cancel{(R+h)}}{R(R+h)}$$

$$= \frac{2 h}{R} = \frac{2 \cdot 3430 \cdot 10^3 \text{ м}}{3430 \cdot 10^3 \text{ м}} = 2$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2.$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-59-11-90

Задача 3

$$v = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$b = 1 \frac{\text{мг}}{\text{м}^3}$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$S = 49 \text{ м}^2$$

F-?

$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$, где ΔP - уменьшение импульса ~~метео~~ корабля, равное импульсу метеороидов

$\Delta P = m v$, где m - масса всех метеороидов, врезающихся в корабль за Δt

$m = m_0 \cdot n$, где n - кол-во микрометеороидов

$n = b \cdot \Delta V$, где ΔV - объём облака, через которое и пройдёт корабль

$\Delta V = S l$, где l - путь корабля

$$l = v \Delta t \Rightarrow \Delta V = S v \Delta t \Rightarrow n = b S v \Delta t \Rightarrow m = m_0 b S v \Delta t$$

Тогда

$$\Delta P = m_0 b S v \Delta t \cdot v = m_0 b S v^2 \Delta t$$

Тогда

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m_0 b S v^2 \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = m_0 b S v^2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot 1 \frac{\text{мг}}{\text{м}^3} \cdot 49 \text{ м}^2 \cdot (10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 = 98000 = 98 \text{ кН}$$

Ответ: $F = 98 \text{ кН}$.

Задача 2

$$R = 3430 \text{ км} = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$a = ?$

Пусть на поверхности Марса находится тело массой m .

Тогда

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{GMm}{R^2} \\ F &= ma \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad ma = \frac{GMm}{R^2}$$

Тогда

$$a = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 10^3 \text{ м})^2}$$

$$a = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 10^3 \text{ м})^2} = 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $a = 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 5.

$$S = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$v = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$t = ?$

$$t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \frac{\text{км}}{\text{с}}} = 4550000 \text{ с}$$

Ответ: $t = 4550000 \text{ с}$.