



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 614-08-39

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	0	8	0	10	10	7	15	60

Вариант II (лист 1)

Для удобства будем вести подсчет в тыс. рублей
т.е. $1000 = 1$ (тыс.) Пусть n студентов сыно изначальное
После $(n-2)$ студента осталось. Составим систему уравне-
ний: Можно составить уравнение

$$3 \leq n \leq 10$$

Пусть x - цена уеи, которые все пожертвовали изначальн;

$$nx = x(n-2) + 1(n-2)$$

$$nx = nx - 2x + (n-2)$$

$$1(n-2) = 2x$$

П.е. когда все студенты скинулись повторно, то они сохрани-
ли сумму, $= 2x$. $\Rightarrow n = (2x+2)$ тыс. $= 2(x+1)$ тыс.;

$$nx - \text{цена колонки} = 7 \quad nx = 2(x+1)$$

$$0,5nx = x+1$$

$$x(0,5n-1) = 1 \cdot 2$$

$$x(n-2) = 2$$

Если произведение $= 2$, то хотя бы один множитель
составляет $= 2$. Этот множитель $-(n-2)$. $\Rightarrow$
 $n-2 = 0; 2; 4; 6; 8; 10$. Нулем это число быть не может,
т.к. кто-то из студентов остался. nx тоже должно
быть $= 2$, $\Rightarrow nx = 4; 6; 8; 10$. Составим систему уравнений
 $(x+1)(n-2) = 2(x+1) \quad | : (x+1)$

$$n-2 = 2$$

$$x=1; \text{Цена колонки } nx = 4 \cdot 1 = 4 \text{ (тыс.) руб.}$$

Ответ: 4000 рублей.

и 2

кон.

В последовательности чисел от 1 до 81 81 число П.О.
 В ней, $9 + 2(81 - 9) = 153$ (цифры). Самой выигрышной стратегией будет вычеркивание всех чисел крайних чисел
 чисел в начале последовательности, т.к. Если построят
 иначе, то числа будут решаться разраба. Например,
 если в 61 зачеркнуть 1, то будет результат $6 - 61 = -55$,
 но если вместо этого зачеркнуть 2 цифры в 29, то
 будет $0 - 29 = -29$, и при этом мы потратили не 1, а два
 зачеркивания. Другая разница нашего П.О. можно
 составить уравнение, для вычисления того, от какого
 числа надо зачеркивать, x - как во числе зачеркнутом
 2 циф. обозначим:

$$9 + 2x = 81$$

$$2x = 72$$

$$x = 36$$

$36 + 9 = 45$ = нужно зачеркнуть все числа от 1 до 45 включ.

Осталось посчитать. Если черкнуть все числа до этой величины

$$\left((81+1) \cdot \frac{(81-1)}{2} + \frac{81+1}{2} \right) - \left((45+1) \cdot \frac{(45-1)}{2} + \frac{45+1}{2} \right) = (3280 + 41) - (1012 + 23) = 2286$$

Ответ. 2286 - наименьшее

Дано: h - толщина проб.

$$R = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

$$r = 0,25 \text{ см} = 0,0025 \text{ м}$$

$$\pi = 3,14$$

$$\rho_1 = 1500 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_2 = 6000 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{m_1}{m_2} = ?$$

и 5
 Решение:

$$V = Sh = \pi R^2 h$$

$$V_{\text{проб}} = 3,14 \cdot 0,0025^2 \cdot h = \pi \cdot 6,25 \cdot 10^{-8} \cdot h = \pi \cdot 0,0625 \cdot 10^{-4} \cdot h$$

$$V_0 = \pi \cdot 1 \cdot 10^{-4} h; \pi h R^2$$

$$V_0 = V_1 = V_2 = \pi h \cdot 10^{-4} (1 - 0,0625) = \pi h (R^2 - r^2) =$$

$$= \pi h (R - r)(R + r)$$

$$V_1 = V_2 = \pi h \cdot 10^{-4} (1 - 0,25)(1 + 0,25) = \pi h \cdot 10^{-4} \cdot 0,9375 \text{ (м}^3\text{)}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1 \rho_1 + V_2 \rho_2}{V_1 \rho_1 + V_2 \rho_2} = \frac{\pi h \cdot 10^{-4} (1 \cdot 6000 + 1500 \cdot 0,0625)}{\pi h \cdot 10^{-4} (1 \cdot 1500 + 6000 \cdot 0,0625)} = 3,25$$

Ответ. $\frac{m_1}{m_2} = 3,25$

105



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/4-08-39

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант II (мст 2)

Дано: N - мощность нагревателя

$$V_b = 3 \text{ л} = 3 \text{ дм}^3 = 0,003 \text{ м}^3$$

$$t_{к.в} = 100^\circ; \rho_b = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$t_{в1} = 0^\circ \text{C}$$

$$t_{н1} = 12 \text{ мм} = 420^\circ \text{C}$$

$$t_{л1} = 0^\circ \text{C}$$

$$t_{н2} = 15 \text{ мм} = 900^\circ \text{C}$$

$$c_b = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ \text{C}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$$

$$m_l = ?$$

Решение:

$$N = \frac{Q}{t} = \frac{\rho V c_b (t_{к.в} - t_{в1})}{t_{н1}} \quad 20$$

$$N = \frac{1000 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 4200 \cdot 100}{12 \cdot 10^{-3}} = \frac{140000}{0,012} = 1450000 \quad 20$$

$$N t_{н2} = m_l (\lambda + c_b (t_{к.в} - t_{л1})) \quad 20$$

$$1450 \cdot 900 = m_l (330000 + 4200 \cdot 100) \quad 10$$

$$\frac{1545000}{450000} = m_l \quad 30$$

$$m_l = 2,1 \text{ кг}$$

(100)

Ответ: $m_l = 2,1 \text{ кг}$.

Дано:

$$F = 5 \text{ Н}$$

$$\rho_k = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$V = 1 \text{ л} = 0,001 \text{ м}^3$$

$$g = 10 \text{ Н/кг}$$

$$\rho_m = ?$$

Решение

$$F_A = \rho_k g V$$

$$F_A + F = F_T \quad 40$$

$$\rho_k g V + F = \rho_m g V$$

$$1000 \cdot 10 \cdot 0,001 + 5 = \rho_m \cdot 10 \cdot 0,001$$

$$15 = 0,01 \rho_m$$

$$\rho_m = 1500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad 30$$

(40)

Ответ: $\rho_m = 1500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

28

Дано:

$$l = 50 \text{ см} = 5 \Delta S$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$S = 10 \text{ см} = \Delta$$

$$m_1 = ?$$

Решение:

Пусть точка крепления средней нити — точка отсчета. Тогда:

$$M_1 + M_2 = M_3$$

$$M_1 = \frac{1}{2} m_1 g S$$

$$M_2 = m_2 g \cdot 1,5 S$$

$$M_3 = 4 F S$$

$$\frac{1}{2} m_1 g S + 1,5 m_2 g S = 4 F S$$

$$S g (0,5 m_1 + 1,5 m_2) = 4 F S$$

$$10 (0,5 m_1 + 3) = 4 F$$

$$0,5 m_1 = 0,4 F - 3$$

$$m_1 = 0,8 F - 6$$

Теперь возмем точку отсчета место крепления правой нити;

$$M_4 = M_5 + M_6$$

$$M_4 = \frac{1}{2} m_1 g \cdot 2,5 S$$

$$M_5 = \frac{1}{2} m_1 g \cdot \frac{2}{3} S$$

$$M_6 = 2,5 m_2 g S$$

$$2,5 m_1 g S = 2 m_1 g S + 2,5 m_2 g S \quad | : g S$$

$$0,5 m_1 = 2,5 m_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 10 = 0,8 F - 6 \\ 0,8 F = 16 \\ F = \frac{16}{0,8} \end{array} \right.$$

$$m_1 = 5 m_2$$

$$m_1 = 10 \text{ кг} \quad \Rightarrow F = m_1 g = 20 \text{ Н}$$

158

Ответ: $m_1 = 10 \text{ кг}$

Прождем всею на сго ответить, что каждая цифра в дроби разряде цифризма, т.е.
(взгляните на разряд единицы)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/4-08-39

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант II (лист 3)

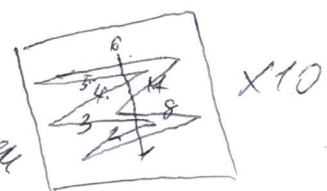
$$\begin{aligned}
 4 \cdot 4 &= 4 \textcircled{1} \\
 4 \cdot 4 \cdot 9 &= 34 \textcircled{2} \\
 4 \cdot 343 &= 240 \textcircled{3} \\
 4 \cdot 2407 &= 1680 \textcircled{4} \\
 16804 \cdot 4 &= 11464 \textcircled{5} \\
 4^{2024} &= (10-3)^3 (10-3)^3 \dots = 4^6 \cdot 4^{2024} = 4^{2024}
 \end{aligned}$$

П. О. Физики "единицы" повторяется
здесь 4 возведения в степень $\Rightarrow 7$ раз $2024:4$
то 4^{2024} будет заканчиваться на 4.

$$\begin{aligned}
 4^{2024} &= (10-3)^3 (10-3)^3 \dots = (10-3)^3 (10-3)^3 \dots = 4^6 \cdot 4^{2024} = 4^{2024} \\
 &= 4^{2024}
 \end{aligned}$$

Пусть $n=4$, тогда n^{2024}

а) Да, может быть, т.к.:
Нам известно, что многогранники должны
быть выпуклыми. $\Rightarrow$ Ведь чётко видно,
все грани стороны, прямой надо выложить все грани
оригинала. $\Rightarrow$ Идеальным решением будет сделать
конструкцию из соединённых "стрелочек", как показано
на рисунке. В первой и последней стрелочке будет
нечётное кол-во сторон. В каждой другой части
будет по 4 стороны, т.е. можно было бы 4 можно сделать
в такой ориентации. $80:4=7$ с 80 сторонами тоже можно.



б) Нет, не может существовать, т.к.:
Как я уже и сказал, единственной возможной формой
могут быть "стрелочки". Но если попытаться построить
какую-нибудь сторону на 2, то прямая может пересечь
только одну из них $\Rightarrow$ условие не будет выполняться.

Можно конечно ~~просто~~ ^{просто} задать такую формулу, но получится
только незамысловатая логическая

14

Путём вычитания нахождение таких закономерностей
можно рассчитать каждый разряд, как я показывал,

$$4.4 = \dots \textcircled{4} \Rightarrow = 4.9$$

$$4.9 \leftarrow \dots \overset{+6}{8} \textcircled{3} \Rightarrow 4.49 = \dots \overset{+2}{2} \overset{+8}{8} \textcircled{3}$$

$$4.3 \leftarrow \dots \overset{+2}{4} \textcircled{1} \Rightarrow 4.43 = \dots \overset{+3}{3} \overset{+2}{2} \textcircled{1}$$

$$4.1 = \dots \overset{+0}{0} \textcircled{4} \Rightarrow 4.01 = \dots \textcircled{4}$$

$$4.4 \leftarrow \dots \overset{+4}{4} \textcircled{9} \Rightarrow 4.04 = \dots \overset{+4}{4} \textcircled{9}$$

т.е. и т.д. $\Rightarrow$

Пятый член равен сумме цифр четвёртого члена.