



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Ю-Ю-11-025

шиф

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	10	-	10	13	10	2	15	58

Вариант 2

Задача 4

$$a_1 = \cos 10^\circ \quad a_2 = \cos 100^\circ \quad a_{2023} = \cos(10^{2023})^\circ \quad a_{2024} = \cos(10^{2024})^\circ$$

$$\frac{10^{2023}}{180} = \frac{5^{2023} \cdot 2^{2023}}{5 \cdot 2 \cdot 18} = \frac{5^{2022} \cdot 2^{2021}}{9} = \frac{5}{9} \cdot 10^{2021} = \dots 55, 55 \dots = \dots 55 + \frac{5}{9}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10} \\ \underline{50} \\ 50 \end{array}$$

$$\frac{5}{9} \cdot 180 = 100^\circ$$

натуральное
число

$$\cos(10^{2023})^\circ = \cos(180 + \frac{5}{9} \cdot 180)^\circ = \cos(180 + 100)^\circ = -\cos 100^\circ = -a_2$$

$$\text{или } \frac{10^{2024}}{180} = \frac{5}{9} \cdot 10^{2022} \Rightarrow \cos(10^{2024})^\circ = -\cos 100^\circ = \sin 10^\circ$$

$$-\cos(\frac{\pi}{2} + x) = \sin x$$

$$\cos 10^\circ \cdot \cos x + (\cos 100^\circ - \cos 100^\circ + \sin 10^\circ) \cdot \sin x = \cos 10^\circ \cdot \cos x + \sin 10^\circ \cdot \sin x = \cos(x - 10)$$

$$\cos(x - 10^\circ) = 1 \quad \text{Ответ: } 1$$

Задача 5

Когда тело брошено вертикально вверх на него начинают действовать сила сопротивления воздуха $F_{\text{соп}} = k \cdot v$, пропорционально скорости. Так как сила была направлена против скорости, то на II з. Ньютона можно записать как

$$m a = m g + k v \quad \text{при подъёме} \quad m a = m g - k v \quad \text{при падении. В точке, где}$$

$$a = g = 10 \text{ м/с}^2 \quad v = 0 \text{ м.к. Тогда } m a = m g \Rightarrow k v = 0 \Rightarrow v = 0. \text{ Это высшая}$$

$$\text{точка полёта. При подъёме } - \frac{dv}{dt} = a(t) \Rightarrow \int_{v_0}^0 dv = \int_0^{t_n} a(t) dt \Rightarrow 0 - v_0 = \int_0^{t_n} a(t) dt$$

$$t_n - \text{время подъёма, до точки, где } a = g, t_n = 2 \text{ с}$$

$$a_0 = 20 \text{ м/с}^2 \quad a(t_n) = 10 \text{ м/с}^2 \quad S = \frac{10 + 20}{2} \cdot 2 = 30 \Rightarrow v_0 = 30 \text{ м/с} \quad \text{Ответ: } v_{\text{выс}} = 30 \text{ м/с}$$

$$\begin{cases} m a = m g + k v \text{ - подъём} \\ m a = m g - k v \text{ - спуск} \end{cases} \quad v_{\text{выс}} = \frac{m g}{k} \quad m a_0 = m g + k v_0 \quad k = \frac{m(a_0 - g)}{v_0}$$

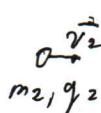
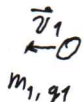
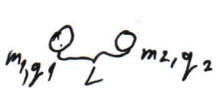
$$v_{\text{выс}} = \frac{m g \cdot v_0}{m(a_0 - g)} = \frac{v_0 g}{a_0 - g} = \frac{30 \cdot 10}{20 - 10} = 30 \text{ м/с}$$

$m a = m g - k v_{\text{выс}}$ - установившийся полёт вниз

Задача 6

$$W = \frac{1}{2} k \frac{q_1 \cdot q_2}{L} = E_k = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad \text{так как } t \rightarrow \infty, \text{ то } W \rightarrow \infty, W \rightarrow 0$$

Вдоль осей не действуют внешние силы, поэтому можно применить ЗИ $0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2$



$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1$$

$$\frac{1}{2} k \frac{q_1 \cdot q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot \frac{m_1^2}{m_2^2} v_1^2}{2} = \frac{v_1^2}{2} \left(m_1 + \frac{m_1^2}{m_2} \right)$$

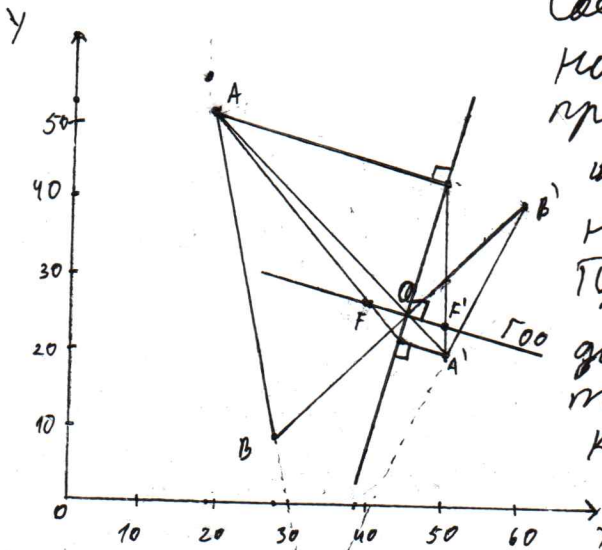
$$v_1^2 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot m_2}{L \cdot (m_2 \cdot m_1 + m_1^2)}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot m_2}{L \cdot (m_2 \cdot m_1 + m_1^2)}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot m_2}{L \cdot (m_2 \cdot m_1 + m_1^2)}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot m_1}{L \cdot (m_1 \cdot m_2 + m_2^2)}}$$

Задача 8



Соединим точки А и В с изображениями А' и В'. Точка пересечения прямых является оптическим центром линзы, так как через него лучи проходят без искажений. Продолжим объект и его изображение до пересечения прямых. Эта точка (М) также будет принадлежать плоскости линзы так, как луч, прошедший А и В должен попасть в А' и В' после преломления.

Ответ: F(39, 26)
O(44, 25)
F'(50, 24)

O(44, 25) - оптический центр линзы

Проведём перпендикуляр к MO в точке O. Это главная оптическая ось линзы (GOO)

Опустим из точки А перпендикуляр на MO. После преломления в линзе этот луч должен попасть в А'. В точке пересечения этого луча и GOO находится фокус линзы (F').

F'(50, 24). Теперь опустим перпендикуляр из А'. После преломления он должен попасть в А. В точке пересечения с GOO находится второй фокус линзы F(39, 26).

на OX и OY для нахождения координат F.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр _____

003?

вариант 2

Задача 2

$$\log_a a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$\frac{\log_a a}{\log_a b} = \log_a b$$

$$\begin{cases} \frac{\log_{25} x \cdot \log_3 y}{\log_{25}(xy)} = 1 \\ \frac{\log_5 y \cdot \log_{125} z}{\log_7(yz)} = \frac{3}{5} \\ \frac{\log_{125} z \cdot \log_3 x}{\log_{81}(zx)} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_5 x \cdot \log_3 y}{\log_3 x + \log_3 y} = \frac{2}{3} \\ \frac{\log_5 y \cdot \log_7 z}{\log_7 y + \log_7 z} = \frac{6}{5} \\ \frac{\log_5 z \cdot \log_3 x}{\log_3 z + \log_3 x} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$\log_5 x$

$$\frac{3}{2} = \frac{\log_3 x}{\log_3 x + \log_3 y} + \frac{\log_3 y}{\log_3 x + \log_3 y} = \frac{\log_3 5}{\log_3 4} + \frac{1}{\log_5 x} = \frac{1}{\log_5 y} + \frac{1}{\log_5 x} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\log_3 y + \log_7 z}{\log_3 y + \log_7 z} = \frac{\log_7 5}{\log_7 z} + \frac{1}{\log_5 y} = \frac{1}{\log_5 z} + \frac{1}{\log_5 y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{\log_3 z}{\log_3 z \cdot \log_3 x} + \frac{\log_3 x}{\log_3 z \cdot \log_3 x} = \frac{\log_3 5}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_5 z} = \frac{1}{\log_5 x} + \frac{1}{\log_5 z} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_5 y} + \frac{1}{\log_5 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{\log_5 z} + \frac{1}{\log_5 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{\log_5 x} + \frac{1}{\log_5 z} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\log_5 z} = \frac{4}{3} - \frac{1}{\log_5 x}$$

$$\frac{1}{\log_5 y} = \frac{1}{\log_5 x} - \frac{3}{6} = \frac{1}{\log_5 x} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\log_5 x} + \frac{1}{\log_5 x} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad \frac{2}{\log_5 x} = 2 \quad \log_5 x = 1 \quad x = 5$$

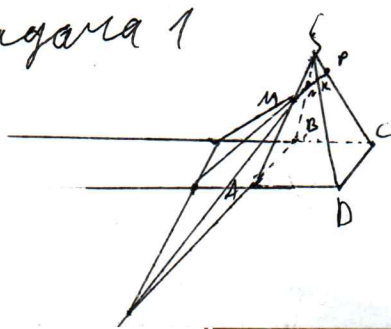
$$\frac{1}{\log_5 y} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \log_5 y = 2 \quad y = 25$$

$$\frac{1}{\log_5 z} = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3} \quad \log_5 z = 3 \quad z = 125$$

Ответ: $x=5$; $y=25$; $z=125$

10

Задача 1



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15} \quad \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{15}$$

$$SK:KD = 4:11$$

06.

Задача 7

$$m = \rho \cdot V_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$\eta = \frac{P_n}{P_{\text{max}}}$$

$$P_2 V_2 = \nu R T$$

$$V_2 = S \cdot h$$

$$3. \frac{\log_5 x \cdot \log_3 y}{\log_3 x \cdot y} = 1 \quad \frac{3 \cdot \log_5 x \cdot \log_3 y}{2 \log_3(x \cdot y)} = 1$$

$$\frac{\log_5 y}{\log_5 x \cdot \log_3 y} + \frac{\log_3 z}{\log_5 y \cdot \log_3 z} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{\log_5 y}{\log_5 x} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{\log_5 x} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{\log_5 x} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6}$$

$$4. \frac{\log_5 y \cdot \log_3 z}{2 \cdot \log_7(y \cdot z)} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{4 \cdot \log_5 z \cdot \log_3 x}{3 \cdot \log_3(z \cdot x)} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\log_5 x \cdot \log_3 y}{\log_3 x + \log_3 y} = \frac{2}{3} \\ \frac{\log_5 y \cdot \log_3 z}{\log_3 y + \log_3 z} = \frac{6}{5} \\ \frac{\log_5 z \cdot \log_3 x}{\log_3 z + \log_3 x} = \frac{3}{4} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} a = xy \\ b = yz \\ c = xz \end{array}$$

$$\log_3 z + \log_3 x = \frac{4 \log_5 z \cdot \log_3 x}{3}$$

$$\frac{\log_5 z}{\log_5 x} = \frac{4}{3} \log_5 z - 1$$

$$\log_3 x = \frac{\log_5 z}{\frac{4}{3} \log_5 z - 1}$$

$$6. W = q_1 E_2 L = q_1 \frac{K \cdot q_2 \cdot L}{L^2} = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1$$

$$v_1^2 = \frac{2 m_2 \cdot K \cdot q_1 \cdot q_2}{L \cdot (m_1 m_2 + m_1^2)}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 m_2 \cdot K \cdot q_1 \cdot q_2}{L \cdot (m_1 m_2 + m_1^2)}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 m_1 \cdot K \cdot q_1 \cdot q_2}{L \cdot (m_1 m_2 + m_1^2)}}$$

$$\frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 K \cdot q_1 \cdot q_2}{L \cdot m_1}}$$

$$5. t_n = 2c \quad v_k = 0 \text{ м/с} \quad v_k = v_0 - a_p \cdot t$$

$$\frac{dv}{dt} = a(t) \quad dv = a(t) \cdot dt \quad v_0 = \int a(t) dt = \frac{10+20}{2} \cdot 2 = 30 \text{ м/с}$$

$$a(t) = F_{\text{con}} = K \cdot v \quad v_0 = 30 \text{ м/с}$$

$$\begin{cases} m a = K \cdot v + m g - \text{подъем} \\ m a = -K \cdot v + m g - \text{спуск} \\ v_{\text{гем}} = \frac{m g}{K} \end{cases}$$

$$m a_0 = K \cdot v_0 + m g \quad m \cdot (a_0 - g) = K \cdot v_0$$

$$v_{\text{гем}} = \frac{K \cdot v_0 \cdot g}{K \cdot (a_0 - g)} = \frac{v_0 \cdot g}{a_0 - g} = \frac{30 \cdot 10}{20 - 10} = \frac{30 \cdot 10}{10} = 30 \text{ м/с}$$

$$4. a_1 = \cos 10^\circ \quad a_2 = \cos 100^\circ \quad a_{2023} = \cos(10^{2023})^\circ \quad a_{2024} = \cos(10^{2024})^\circ$$

$$a_1 > 0 \quad a_2 < 0 \quad 180 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 5 \cdot 2 \cdot 18$$

$$10^{2023} : 180 = \frac{5^{2022} \cdot 2^{2023}}{5 \cdot 2 \cdot 18} = \frac{5^{2022} \cdot 2^{2021}}{9} = \frac{5 \cdot 10^{2021}}{9} = \frac{5}{9} \cdot 10^{2021} = 0,55555 \dots \cdot 10^{2021}$$

$$\frac{5}{9} \cdot 10^{2021} = 0,55555 \dots \cdot 10^{2021}$$

$$\text{остаток } \frac{5}{9} > \frac{1}{2} = \cos(10^{2021})^\circ < 0$$

$$\dots 5,555 \dots$$

$$10^{2024} : 180 = \frac{5^{2023} \cdot 2^{2024}}{5 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2} = \frac{5^{2023} \cdot 2^{2022}}{9} = \frac{5 \cdot 5^{2022} \cdot 2^{2022}}{9} = \frac{180 \cdot 5}{9} = 20 \cdot 5 = 100^\circ$$

$$a_{2023} = -a_2$$

$$= \frac{5}{9} \cdot 10^{2022} = \dots 55,555 \dots \cdot \frac{5}{9} \cdot 180 = 100^\circ \quad a_{2024} = \cos 100^\circ$$

$$\frac{1000}{180} = \frac{100}{18} = \frac{50}{9} = \frac{5}{9} \cdot 10 = 5,5555$$

$$a_{2024} = a_{2023} = -a_2 = \cos 80^\circ = \sin 10^\circ$$

$$\cos 10^\circ \cdot \cos x + \cos 80^\circ \cdot \sin x = \cos 10^\circ \cdot \cos x + \sin 10^\circ \cdot \sin x = \cos(x-10)^\circ$$

$$\cos(x-10)^\circ = 1$$

$$\frac{9,5-1}{11-10} \quad \frac{9,5}{11} \quad \frac{9,5}{10,5} \quad 29-10,5=18,5-10,5=8 \quad \frac{8}{10,5}$$

8. соединим А и В с их изображениями. Это оптическая точка пересечения прямых - оптический центр. Продолжим предмет и его изображение до пересечения - эта точка относится к плоскости линзы. Проведем прямую соединяющую эти две точки - это плоскость линзы. Проведем перпендикуляр от А до линзы, затем направим его в А'. Пересечение с ГОО - это Фокус.

$$7 \quad P_1 V_1 = \nu R T_1, \quad P_2 = 2P_1, \quad V_2 = \frac{V_1}{4}, \quad P_1 V_2 = \nu R T_2, \quad \frac{P_1 \cdot V_1}{V_B} \cdot V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2, \quad P_1 V_1 = \nu R T_1, \quad 2 \cdot \frac{P_1 \cdot V_1}{V_B} \cdot V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{P_1 V_1}{2} = \nu R T_2$$

$$3. \quad 4^x + \sin^4 y + \ln^6 z = 25 = (2^x)^2 + 4 \ln^6 z + \frac{(1 - \cos 2y)^2}{2} = (2^x)^2 + 4 \ln^6 z + \frac{1 + \cos^2 2y - 2 \cos 2y}{2}$$

$$2^x - 4 \sin^2 y + 8 \ln^3 z = 2^x - 4 \cdot \frac{1 - \cos 2y}{2} + 24 \ln^3 z = 2^x - 2 + 2 \cos 2y + 24 \ln^3 z$$

$$\approx (2^x)^2 + 6 \ln^6 z + \sin^4 y$$

$$\cos 2y = 1 - 2 \sin^2 y \quad \sin^4 y = \frac{1 - \cos 2y}{2}$$

$$\cos 2y = 1 - 2 \sin^2 y$$

$$x < 3 \quad 8 \ln^3 z = 4 \ln^6 z$$

$$x < \log_2 25 = \log_2 5 \quad \ln^6 z = 25 - 4^x - \sin^4 y$$

$$2^x - 4 \sin^2 y + 200 - 2^{2x+3} - 8 \sin^4 y$$

$$2^x - 4 \sin^2 y + 100 - 2^{2x+2} - 4 \sin^4 y =$$

$$0 < \ln^6 z < 25$$

$$0 < \ln^6 z < \frac{25}{6} = 4 \frac{1}{6}$$

$$0 < z < e^{\frac{25}{6}}$$

$$0 < \sin^4 y < 1 \quad 0 < 4 \sin^2 y < 4$$

$$4^x < 25 \quad \ln^6 z < 25$$

$$x < \log_2 25 \quad -5 < \ln^3 z < 5$$

$$2^x < 5$$

$$2^x - 4 \sin^2 y$$

$$5 + 4 + 40 = 49$$

$$(2^x)^2 + \frac{(4 \sin^2 y)^2}{16} + \frac{(8 \ln^3 z)^2}{64} = 25$$

$$a + b + c = 25$$

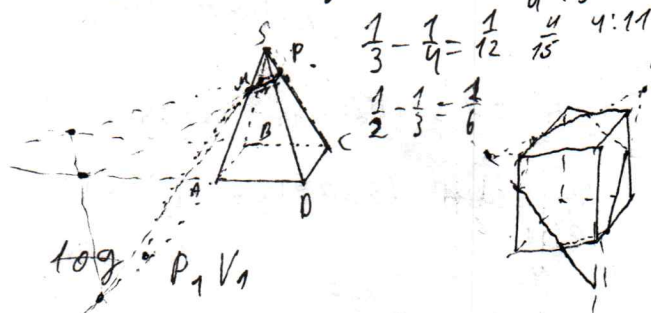
$$a^2 + \frac{b^2}{16} + \frac{c^2}{64} = 25$$

$$64a = 64a^2 + 4b^2 + c^2 = (8a + 2b + c)^2 - 16ac - 32ab - 4bc$$

$$\frac{\log_5 x \cdot \log_3 y}{\log_3 x + \log_5 y} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\log_3 x + \log_5 y}{\log_3 x \cdot \log_5 y} + \frac{\log_5 x}{\log_3 x \cdot \log_5 y} = \frac{3}{2}$$

$$\log_3 x \cdot \frac{1}{\log_5 y} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2}$$



$$K \cdot q_1 \cdot q_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

$$K \cdot q_1 \cdot q_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} v_1$$