



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-11-89

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	8	11	13	8	15	10	10	15	90

Вариант 1

ЗСД:

$$E_1 = E_2, E_1 = k \frac{q_1 q_2}{L}, E_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}, \frac{k q_1 q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2}$$

ЗСМ:

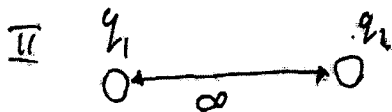
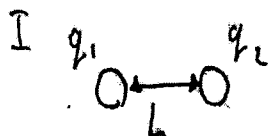
$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0$$

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$$

$$v_1 = \frac{v_2 m_2}{m_1} \Rightarrow m_1 v_1^2 = \frac{m_1 \cdot m_2^2 \cdot v_2^2}{m_1^2} = \frac{m_2^2 v_2^2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{2k q_1 q_2}{L} = \frac{m_2^2 v_2^2}{m_1} + m_2 v_2^2 \Rightarrow$$

$$\frac{2k q_1 q_2}{m_2 L \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right)} = v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2k q_1 q_2}{m_2 L \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right)}} \Rightarrow v_1 = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{\frac{2k q_1 q_2}{m_2 L \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right)}}$$



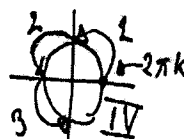
$$E_2 = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} + \frac{k q_1 q_2}{\infty} = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2}$$

$v_1 = v_2$

~~ЗСД~~

$$a_1 = \cos 10^\circ, a_2 = \cos 100^\circ, \dots, a_n = \cos(10^n)$$

$$(10^n)^\circ = \underbrace{99999 \dots 90^\circ}_{n-1 \text{ девяток}} + 10^\circ \Rightarrow (10^n)^\circ = \frac{\pi}{2} \cdot \underbrace{111 \dots 111}_{n-1 \text{ единиц}} + 10^\circ$$

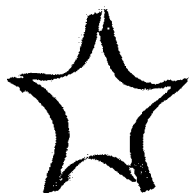


111...111 делится на 3, делится на 4, равна 3, т.е. 90 по модулю 2π · k + 10° (коз) не является $\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ IV координат.

$$\Rightarrow \cos(10^n)^\circ = -\sin 10^\circ \Rightarrow a_1 \cdot \cos x + (a_2 + a_{2 \cdot 2} + a_{2 \cdot 2 \cdot 2}) \sin x =$$

$$= \cos 10^\circ \cdot \cos x + (\sin 10^\circ - \sin 10^\circ - \sin 10^\circ) \sin x = \cos 10^\circ \cos x - \sin 10^\circ \sin x =$$

$$\cos(10^\circ + x), -1 \leq \cos(10^\circ + x) \leq 1 \Rightarrow \cos(10^\circ + x)_{\min} = -1 \text{ Ответ: } -1$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-89

$n=2$

$$\begin{cases} \frac{\log_3 x \cdot \log_4 y}{\log_2(xy)} = \frac{1}{3} \\ \frac{\log_3 y \cdot \log_5 z}{\log_5(yz)} = \frac{3}{5} \\ \frac{\log_2 z \cdot \log_2 x}{\log_{16}(2x)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\log_3 x \cdot \log_2 y}{\log_2(4y)} = \frac{2}{3} \\ \frac{\log_3 y \cdot \log_5 z}{\log_5(yz)} = \frac{6}{5} \\ \frac{\log_3 z \cdot \log_2 x}{\log_2(2x)} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\log_2(xy)}{\log_3 x} = \frac{2}{1} \\ \frac{\log_2(yz)}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_2(xz)}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_y x + 1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_2 y + 1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_x z + 1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_y 3 + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \log_2 3 + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \log_x 3 + \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_y 3 + \log_x 3 = \frac{3}{2} \\ \log_2 3 + \log_y 3 = \frac{5}{6} \\ \log_x 3 + \log_z 3 = \frac{4}{3} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \log_x 3 - \log_z 3 = \frac{3}{2} - \frac{4}{3} \\ \log_x 3 + \log_z 3 = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow 2 \log_x 3 = \frac{9-8}{6} \Rightarrow \log_x 3 = \frac{1}{6} \Rightarrow x=3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - \log_2 3 = \frac{4}{6} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow z=3^3=27 \Rightarrow \log_y 3 + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_y 3 = \frac{1}{2} \Rightarrow y=9$$

Ответ $x=3, y=9, z=27$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 612-11-89

$$T = 100^\circ\text{C}$$

~~h₁ = 0,3 м~~

$$h_1 = 0,3 \text{ м}$$

$$h_2 = 0,1 \text{ м}$$

$$2P_1 = P_2$$

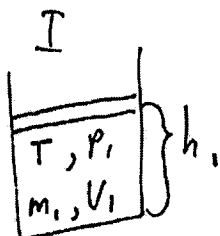
$$m = ?$$

$$S = 0,01 \text{ м}^2$$

$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$P_a = 10^5 \text{ Па}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$



ОХ:

$$F_A - F_{\text{пнп}} = 0 \quad (2 \text{ шт.})$$

$$P_a S = P_2 S$$

$$P_2 = P_a \Rightarrow P_1 = \frac{P_a}{2}$$

$$P_1 V_1 = \nu RT \quad (\text{гидр. I}), \quad \nu = \frac{m}{\mu}, \quad V_1 = h_1 S$$

$$\frac{P_a h_1 S \mu}{2RT} = m, \quad m = \frac{10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^{-2} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31 \cdot 373} = \frac{0,3 \cdot 18}{2 \cdot 8,31 \cdot 373} = 0,87 \text{ г}$$

Ответ: 0,87 г.

$$4^x + \sin^4 y + \ln^6 z = 16, \quad \text{О.м.} \quad 2^{x+1} + 3 \sin^2 y - 6 \ln^3 z \leq 28$$

$$\downarrow a = 2^x, \quad b = \sin^2 y, \quad c = \ln^3 z \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 16 \quad (+)$$

$$2a + 3b - 6c \leq \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} \quad (\text{неп-во Коши - Буняковского})$$

$$\Rightarrow 7\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq 2a + 3b - 6c, \quad \text{т.к. } a^2 + b^2 + c^2 = 16 \Rightarrow 7 \cdot \sqrt{16} \geq 2a + 3b - 6c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a + 3b - 6c \leq 28, \quad 2^{x+1} + 3 \sin^2 y - 6 \ln^3 z \leq 28 \quad \text{т.д.}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-89

№ 5

$g = 10 \frac{m}{c^2}$
 $v_H = ?$

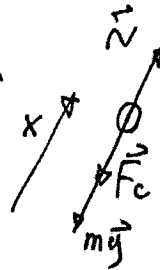
На неограниченном сопротивлении воздуха

OX-вертикаль

$$v_k = v_H + \int_{t_1}^{t_2} a dt$$

$v_k = 0, t_1 = 0, t_2 = 2c$

~~0000~~



$F_c = -k v$

OX:

$F_c + mg = m a \quad (2.3h)$

$\Downarrow$
 $a = g, \text{ когда } v = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow v_k = 0$

$v_k = -v_H + \int_{t_1}^{t_2} a dt$

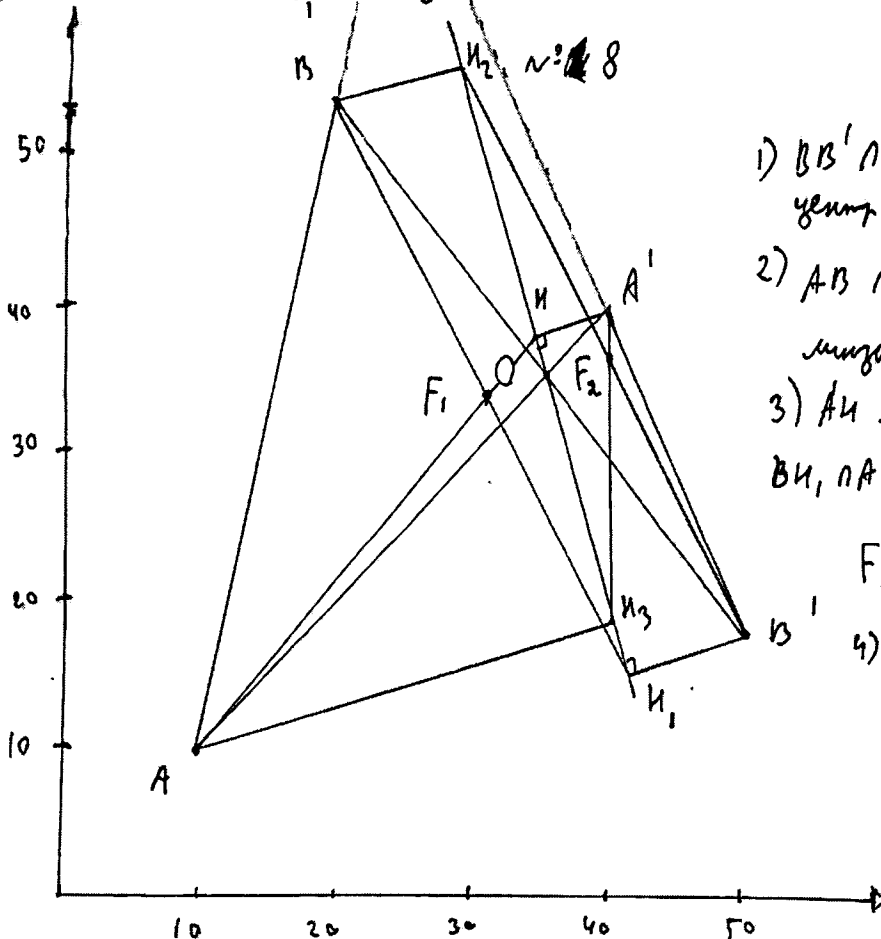
т.к. $v_k = 0$ в t_1

$v_H = \int_{t_1}^{t_2} a dt \Rightarrow$

$\Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} a dt = S, S = \frac{a_2 + a_1}{2} t_1$

$a_1 = 20 \frac{m}{c^2}, a_2 = 10 \frac{m}{c^2} \Rightarrow v_H = \frac{10 + 20}{2} \cdot 2 = 30 \frac{m}{c^2}$

Ответ: $30 \frac{m}{c^2}$



1) $BB' \perp AA' = O$, O - центр тяжести

2) $AB \cap B'A' = K$, OK - медиана
медиан $O(35; 35)$

3) $AK \perp$ медиана, $B'H$ - медиана
 $BH, AH = F$, $\Rightarrow F_1$ - центр тяжести

$F_1(32,5; 33,3)$

4) $AK \perp$ медиана, $B'H \perp$ медиана
 $H_2B' \cap H_3A' = F_2$, F_2 - центр тяжести

$F_2(40; 36,7)$

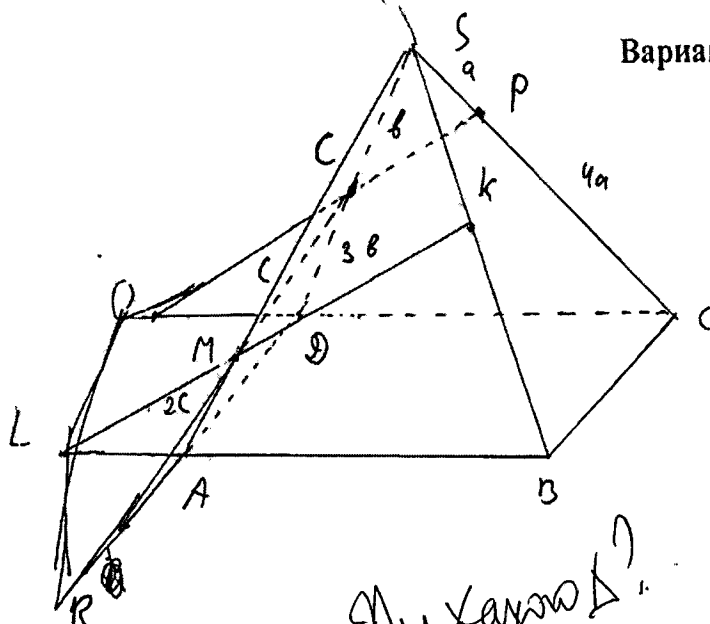


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-11-89

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



$ABCD$ - вып.

$ABCD$ - вып.

$$\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{NB} = \frac{1}{3}, \frac{SP}{PE} = \frac{1}{4}$$

$$\perp SC = 5a, SD = 4b, SA = 3c$$

$$SC \cap SB = K, \frac{BK}{KS} = ?$$

По теореме Менелая:

$$1) \text{ По теореме Менелая: } \frac{4a}{a} \cdot \frac{b}{3b} \cdot \frac{DO}{OC} = 1 \Rightarrow \frac{DO}{OC} = \frac{3}{4}, DC = \frac{4}{3} OC$$

$$2) \text{ По теореме Менелая: } \frac{3b}{b} \cdot \frac{c}{2c} \cdot \frac{RA}{RD} = 1 \Rightarrow \frac{RA}{RD} = \frac{2}{3}, \frac{OD}{LA} = \frac{RD}{RA} = \frac{3}{2} \Rightarrow LA = \frac{2}{3} OD$$

$$3) DC \parallel LB \Rightarrow \triangle RAL \sim \triangle ROD \Rightarrow \frac{OD}{LA} = \frac{RD}{RA} = \frac{3}{2} \Rightarrow LA = \frac{2}{3} OD \Rightarrow LB = LA + DC = \frac{3}{2} LA$$

$$4) \text{ По теореме Менелая: } \frac{BK}{KS} \cdot \frac{c}{2c} \cdot \frac{LA}{LB} = 1 \Rightarrow \frac{BK}{KS} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1 \Rightarrow \frac{BK}{KS} = \frac{3}{1}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3}{1}$$