



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр A-73-11-23

Задача №1

Воспользуемся правилом моментов или: $M_3 = M_M$

$M_3 = F_3 \cdot l$, l - расстояние от Земли до точки Ланграна
 F_3 - сила притяжения тела массой m к Земле

$M_M = F_M \cdot (R - l)$, F_M - сила притяжения тела массой m к Марсу

$$F_3 = G \frac{m M_3}{l^2}, \quad F_M = G \frac{m M_M}{(R - l)^2}$$

$$G \frac{m M_3}{l^2} \cdot l = G \frac{m M_M}{(R - l)^2} \cdot (R - l), \quad \frac{M_3}{l} = \frac{M_M}{R - l}, \quad \frac{R}{l} - 1 = \frac{M_M}{M_3}$$

$$\frac{R}{l} = \frac{M_M + M_3}{M_3}, \quad l = \frac{R \cdot M_3}{M_M + M_3} = \frac{54,6 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^{23} + 6 \cdot 10^{24}} \approx 49,3 \text{ млн. км}$$

Ответ: точка Ланграна находится на расстоянии 49,3 млн км от Земли

Задача №2

Дано:

$$R = 343 \cdot 10^4 \text{ м}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$g = ?$$

Решение

По второму закону Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$

$$F = mg, \quad G \frac{M \cdot m}{R^2}; \quad a = g; \quad m - \text{масса тела}$$

$$G \frac{M \cdot m}{R^2} = mg, \quad g = G \frac{M}{R^2}$$

$$g = 6,67 \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-11}}{(343 \cdot 10^4)^2} \approx 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $g = 3,63$

Задача №3

Дано:

$$V = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V = 1 \text{ м/с}$$

$$M_0 = 1$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$S = 40 \text{ м}^2$$

$$F_t' - F_t = ?$$

Решение

Запишем второй закон Ньютона:

$F_t = F_c$ - до попадания в облако микрометеоров

$M a = F_t' - F_c$ - после попадания в облако микрометеоров

M - масса космического корабля.

F_c - сила сопротивления, действующая на корабль.

Запишем закон сохранения импульса:

$$M V = (M + m) V' \Rightarrow V' = V \frac{M}{M + m}$$

~~$$a = \frac{v^2 - v^2}{2t}, \quad t = \frac{V}{S}; \quad a = \frac{v^2}{2V} \left(\frac{M}{M+m} - 1 \right) \cdot S$$~~

~~$$F_T' - F_T = \frac{M \cdot v^2}{2V} S \left(\frac{M}{M+m} - 1 \right)$$~~

~~$$F_T' - F_T =$$~~

Задача 13

Дано: $V = 49 \cdot 10^4 \text{ м}^3$, V — объем пространства, занят кораблем космическим за 1 секунду
 $v = 10^4 \text{ м}$
 $N_0 = 1 \text{ м}^3$
 $V_0 = 1 \text{ м}^3$
 $m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$
 $S = 49 \text{ м}^2$
 $F = ?$

Решение:
 $N = N_0 \cdot V = 1 \cdot 49 \cdot 10^4 = 49 \cdot 10^4$, N — количество микрометеороидов, сталкивающихся с кораблем за 1 секунду.
 $M = N \cdot m_0 = 49 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 9,8 \text{ кг}$, M — масса микрометеороидов
 $p = M \cdot v$, p — импульс микрометеороидов
 $p = 9,8 \cdot 10^4 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

$$F \cdot t = p \Rightarrow F = \frac{p}{t}, \quad t = 1 \text{ с}; \quad F = \frac{9,8 \cdot 10^4}{1} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

Ответ: $9,8 \cdot 10^4 \text{ Н}$

Задача 14.

Дано: $h = 343 \cdot 10^4 \text{ м}$
 $R_M = 343 \cdot 10^4 \text{ м}$
 $\frac{A_1}{A_2} = ?$

Решение:
 $A_1 = + \Delta E_n; \quad E_n = -G \frac{Mm}{R_M}; \quad E_n = -G \frac{Mm}{R_M + h}$
 $A_1 = +G \frac{Mm}{R_M} - G \frac{Mm}{R_M + h} = G Mm \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_M + h} \right)$
 $A_1 = \frac{G Mm}{R_M}$, т.к. $R_M = h; \quad A_1 = G Mm \left(\frac{1}{2R_M} + \frac{1}{R_M} \right)$

По второму закону Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$

$$F = G \frac{Mm}{(R_M + h)^2}; \quad a = \frac{v^2}{R_M + h}; \quad G \frac{M \cdot m}{(R_M + h)^2} = m \frac{v^2}{R_M + h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R_M + h}} = \sqrt{\frac{GM}{2R_M}}; \quad E_n = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \frac{GM}{2R_M} = \frac{GMm}{4R_M} = A_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{G Mm \left(\frac{1}{2R_M} + \frac{1}{R_M} \right) \cdot 4R_M}{G Mm} = \frac{R_M + 2R_M}{2R_M} = \frac{3R_M}{2R_M} = 1,5$$

Ответ: 1,5



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-73-11-23

Задача №5

Дано:

$$v = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$S = 54,6 \text{ млн. км}$$

$$t = ?$$

Решение

$$t = \frac{S}{v}; \quad S = 54,6 \text{ млн. км} = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$t = \frac{54,6 \cdot 10^6}{12} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с} = 1263,89 \text{ ч} =$$

$$= 52,66 \text{ дней}$$

$$\text{Ответ: } 52,66 \text{ дней}$$