

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 50-07-03

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	2	3	10	15	14	81

Вариант 1

olve

15.

Дано:

$$A = 3 \text{ м}$$

$$a = 40 \text{ см}$$

$$b = 40 \text{ см}$$

$$c = 190 \text{ см}$$

$$V = 1650 \text{ л/мин}$$

$t = ?$

Решение:

Вычислим объем куба:

$$V = A^3 = 27 \text{ м}^3 = 27000 \text{ дм}^3$$

Вычислим объем ящика:

$$V_1 = abc = 40 \text{ см} \cdot 40 \text{ см} \cdot 190 \text{ см} = 532000 \text{ см}^3 = 532 \text{ дм}^3$$

Теперь вычислим объем, который может затопить вода:

$$V_0 = V - V_1 = 27000 \text{ дм}^3 - 532 \text{ дм}^3 = 8468 \text{ дм}^3$$

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3, \text{ значит, } V = 1650 \text{ дм}^3/\text{мин.}$$

Согласно, через 5 мин куб уже будет затоплен водой на $1650 \text{ дм}^3/\text{мин} \cdot 5 \text{ мин} = 8250 \text{ дм}^3$. И т.д.

$8468 \text{ дм}^3 - 8250 \text{ дм}^3 = 218 \text{ дм}^3$, куб будет затоплен

меньше, чем через 5,5 мин, т.е.

$1650 \text{ дм}^3/\text{мин} = 825 \text{ дм}^3/0,5 \text{ мин}$, а $825 > 218$, поэтому

значения округим в меньшую сторону,

т.е. до 5 минут. Значит, фонтану не придется покинуть ящик через 5 мин после начала фонтана.

Ответ: через 5 мин.

№ 4.

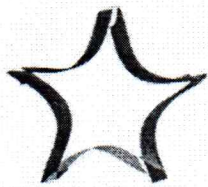
$10^{80} = 2^{80} \cdot 5^{80}$. Всего от 1 до 8 чисел, кратных двум, $80:2=40$, а чисел, кратных 5-ти, $80:5=16$. Значит, мы можем 40 раз сократить 2, и 16 раз сократить 5. Тогда в знаменателе мы получим:

$$2^{80-40} \cdot 5^{80-16} = 2^{40} \cdot 5^{64} = 2^{40} \cdot 5^{40} \cdot 5^{24} = 10^{40} \cdot 5^{24} = 10^{16} \cdot 10^{24} \cdot 5^{24} = 50^{24} \cdot 10^{16} = 50^{16} \cdot 50^8 \cdot 10^{16} = 500^{16} \cdot 50^8 = 500^8 \cdot 500^8 \cdot 50^8 = 12500000^8.$$

Ответ: 12500000^8 .

✓ 1. (первая часть)

Всего в числах от 1 до 80 ~~180~~ $1 \cdot 9 + 2 \cdot 71 = 151$ цифра. Чтобы получить как можно большее число, нужно, чтобы оно начиналось на как можно большую цифру. Самой большой цифрой является 9. Впервые эта цифра встречается в числе 9, значит, мы вычеркнем все цифры до 9, а их всего 18. Далее нам нужно, чтобы на 2-ой позиции тоже стояла 9, тогда число будет больше. Для этого сотрем все цифры от 10 до 18, т.е. далее впервые цифра 9 встречается в числе 19. Итак, вторым действием, мы вычеркнем $2 \cdot 9 = 18$ цифр (т.к. числа 2-значные). Далее число 9 встречается в числе 29. Значит, нам нужно вычеркнуть все цифры от 20 до 28.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 50-07-03

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

✓ 2.

Так как $\angle BCE = 2\angle ACE$, а $\angle ACB = \angle ACE + \angle BCE$,
мы получаем:

$$\angle ACB = \angle ACE + \angle BCE = 1,5\angle BCE$$

И т.ч. ~~так как~~ $\angle CBE = 2\angle ABE$, а $\angle ABC = \angle ABE + \angle CBE$,
получим:

$$\angle ABC = \angle ABE + \angle CBE = 1,5\angle CBE$$

Т.ч. сумма углов в треугольнике 180° , сделав
вывод: $\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$. Из этого
получим:

$$1,5\angle CBE + 1,5\angle BCE + 95^\circ = 180^\circ$$

$$1,5\angle CBE + 1,5\angle BCE = 105^\circ$$

$$1,5(\angle CBE + \angle BCE) = 105^\circ \quad | : 1,5$$

$$\angle CBE + \angle BCE = 70^\circ. \text{ Значит, } \angle BCE = 180^\circ - (\angle CBE + \angle BCE) = \\ = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ.$$

Ответ: 110° .

№3.

Первое число в последовательности равно 3.
Второе равно ~~3~~ 13, т.к. $3^2 = 9$, сумма цифр у
9 — это 9, а $9 + 4 = 13$.

Найдём 3-е число:

$$13^2 = 169; 1 + 6 + 9 = 16; 16 + 4 = 20$$

Найдём 4-е число:

$$20^2 = 400; 4 + 0 + 0 = 4; 4 + 4 = 8$$

Найдём 5-е число:

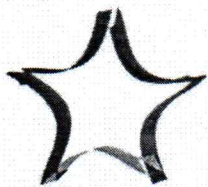
$$8^2 = 64; 6 + 4 = 10; 10 + 4 = 14$$

Найдём 6-е число:

$$14^2 = 196; 1 + 9 + 6 = 16; 16 + 4 = 20$$

Мы снова получили 20, а значит следующее число будет 8, затем 14, затем снова 20 и т.д. Таким образом, число 20 стоит на всех местах, кратных трём. Значит, 20 будет стоять и на 2022-м месте, ведь $2022 : 3$. Значит, на 2023-м будет стоять 8, а на 2024-м — 14.

Ответ: 14.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 50-07-03

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

~~1 (продолжение)~~

~~Предыдущим действием мы вычеркнули всего:
 $2 \cdot 9 = 18$ цифр. Далее число 9 встречается в разряде только
в числе 39. Значит, что предыдущим действием мы стираем
все цифры от 30 до 38. Всего их: $2 \cdot 9 = 18$. Далее
число 9 встречается в числе 49. Соот-но, мы
стираем все цифры от 40 до 48, а всего их: $2 \cdot 9 = 18$.
Мы стёрли уже $18 + 18 + 18 + 18 + 8 = 80$ цифр, и получили
максимальное возможное кол-во цифр в числе,
а значит, число, которое мы получили, наибольшее
возможное.~~

~~Ответ: 99999~~

16.

Дано:

$a = 10$ саженей
 $b = 12$ аршин
 $c = 12$ локтей
 $n = 2$
 $x = 2$ локтя
 $y = 3$ локтя
 $z = 1 \frac{1}{2}$ м

Найти:

Решение:

Вычислим объём дома:

~~$V = abc = (10 \cdot 12 \text{ м}) \cdot (12 \cdot 0,7 \text{ м}) \cdot (12 \cdot 0,45 \text{ м}) = 18 \text{ м} \cdot 8,4 \text{ м} \cdot 5,4 \text{ м} = 816,98 \text{ м}^3$~~

~~Теперь вычислим объём окон:~~

~~$V_{\text{ок}} = xy = 2 \cdot 3 \cdot (0,45 \text{ м} \cdot 2) \cdot (0,45 \text{ м} \cdot 3) = 0,9 \text{ м} \cdot 1,35 \text{ м} = 1,215 \text{ м}^2$~~

~~Далее на разборе.~~

16 (продолж.)

Решение:

Найдём площадь окон:

$$S_0 = xy = (0,45 \cdot 2)(0,45 \cdot 3) \text{ м}^2 = (0,9 \cdot 1,35) \text{ м}^2 = 1,215 \text{ м}^2. \quad \checkmark$$

Т.ч. у дома 4 стены, всего окон:

$n_0 = 2 \cdot 4 = 8$. Значит, суммарная площадь окон равна:

$$S_{\text{sum}_0} = S_0 n_0 = 1,215 \text{ м}^2 \cdot 8 = 9,72 \text{ м}^2. \quad \checkmark$$

Теперь найдём площади стен дома:

Т.ч. дом в форме прямоугольного параллелепипеда, стены, стоящие напротив друг друга, будут равны по площади. Всего будет 2 пары равных стен:

$$S_1 = S_3 = ac = ~~10 \cdot 1,8~~ (10 \cdot 1,8 \text{ м})(12 \cdot 0,45 \text{ м}) = 18 \text{ м} \cdot 5,4 \text{ м} = 97,2 \text{ м}^2$$

$$S_2 = S_4 = bc = (12 \cdot 0,7 \text{ м})(12 \cdot 0,45 \text{ м}) = 8,4 \text{ м} \cdot 5,4 \text{ м} = 44,56 \text{ м}^2$$

Вычислим общую площадь стен дома:

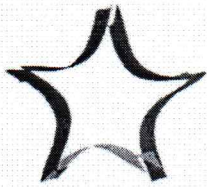
$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 2S_1 + 2S_2 = 2(S_1 + S_2) = 2(97,2 \text{ м}^2 + 44,56 \text{ м}^2) = ~~2 \cdot 141,76 \text{ м}^2~~ = 283,52 \text{ м}^2. \quad \checkmark$$

Значит, всего требуется покрасить:

$283,52 \text{ м}^2 - 9,72 \text{ м}^2 = 273,8 \text{ м}^2$. Соот-но, чтобы всё покрасить, нужно: $1 \frac{1}{5} \text{ м}^2 \cdot 273,8 \text{ м}^2 = 0,2 \frac{1}{5} \text{ м}^2 \cdot 273,8 \text{ м}^2 = 54,76 \hat{=} 55$. А значит, всего 5-ти метровых бачков нужно: ~~$54,76 \text{ м} : 5 \text{ м} =$~~

$$\sqrt{54,76 \text{ м} : 5 \text{ м} = 10,952 \approx 11.} \quad \checkmark$$

Ответ: 11 бачков.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 50-07-03

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1.

18.

Сначала рассмотрим трубу, сделанную с ошибкой.

$$V_T = 0,3V$$

$$V_{CT} = 0,4V$$

$$m_{CT} = \rho_{CT} \cdot V_{CT} = 4,8 \text{ г/см}^3 \cdot 0,4V = 1,92V \text{ г}$$

$$m_T = \rho_T \cdot V_T = 4,5 \text{ г/см}^3 \cdot 0,3V = 1,35V \text{ г}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_{CT} + m_T}{V} = \frac{1,92V \text{ г} + 1,35V \text{ г}}{V} = \frac{3,27V \text{ г}}{V} = 3,27 \text{ г/см}^3 \approx 3,3 \text{ г/см}^3$$

Теперь рассмотрим правильно изготовленную трубу:

$$m_{CT} = 0,3 \text{ м}$$

$$m_T = 0,4 \text{ м}$$

$$V_T = \frac{m_T}{\rho_T} = \frac{0,4 \text{ м}}{4,5 \text{ г/см}^3} = \frac{4}{45} \text{ см}^3$$

$$V_{CT} = \frac{0,3 \text{ м}}{4,8 \text{ г/см}^3} = \frac{3}{48} \text{ см}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_{CT} + m_T}{V} = \frac{0,3 \text{ м} + 0,4 \text{ м}}{\frac{3}{48} \text{ см}^3 + \frac{4}{45} \text{ см}^3} = \frac{0,7 \text{ м}}{\frac{11}{240} \text{ см}^3} = \frac{0,7 \text{ м} \cdot 240}{11} = \frac{168}{11} \text{ г/см}^3 \approx 15,27 \text{ г/см}^3$$

Теперь найдём, во сколько раз изготовленная труба больше по плотности, чем стандартная:

$$\frac{15,27 \text{ г/см}^3}{15 \text{ г/см}^3} = \frac{1527}{1500} = 1,018 \approx 1,02. \text{ Значит, плотность}$$

изготовленной трубы в 1,02 раза больше плотности стандартной.

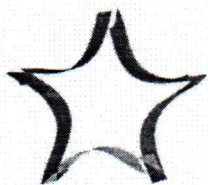
Ответ: больше в 1,02 раза.

14

✓1.

Чтобы число было как можно больше, надо чтобы на первом месте числа, стояло как можно больше девятки. Самая первая девятка встречается в числе 9. Чтобы сделать её первой, ~~отбросим~~ вычеркнем числа от 1 до 8, тогда мы вычеркнем $1 \cdot 8 = 8$ цифр. Далее девятка встречается в числе 19. Чтобы поставить её на вторую позицию, вычеркнем числа от 10 до 18, да ещё цифру 1 в числе 19. Итого вторым действием мы вычеркнем $2 \cdot 9 + 1 = 19$ цифр. Следующая девятка встречается в числе 29. Поэтому мы вычеркиваем числа с 20 до 28, да ещё цифру 2 в числе 29. Итого, вычеркнем $2 \cdot 9 + 1 = 19$ цифр. Затем 9 встречается в числе 39. Вычеркиваем числа с 30 до 38 да ещё цифру 3 в числе 39. Итого: 19. Всего мы вычеркнули уже $19 \cdot 3 + 8 = 65$ цифр, значит, нам осталось вычеркнуть $70 - 65 = 5$ цифр. Чтобы дойти до следующей 9-ки в числе 49, нужно вычеркнуть 19 цифр, чтобы дойти до 8-ки в числе 48, нужно вычеркнуть 18 цифр. А чтобы дойти до ближайшей 4-ки в числе 44, нужно вычеркнуть 15 цифр. И т.д. до 3 и 9 мы дойти не успеем, вычеркиваем числа от 40 до 46, да ещё цифру 4 в числе 44 и получаем следующее число:

Ответ: 9999448495051525354555657585960616263646566676869707172 →
→ 7374757677787980.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

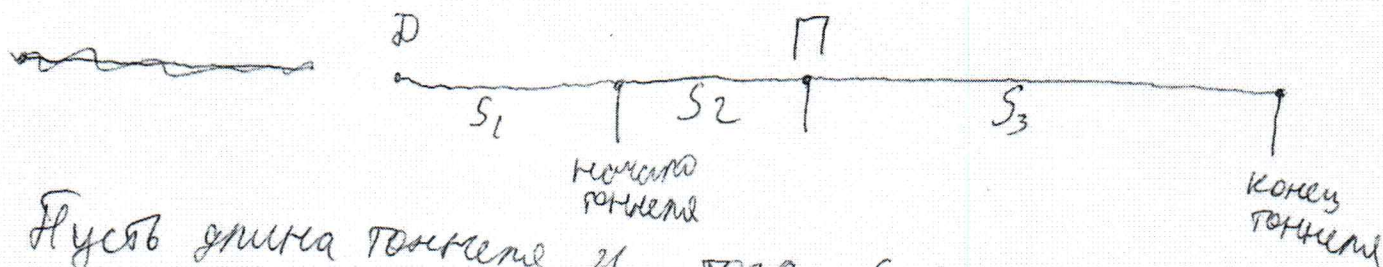
шифр 50-07-03

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

✓ 7.

~~Пусть длина тоннеля x .~~



Пусть длина тоннеля x , тогда $S_2 = \frac{1}{4}x$, а $S_3 = \frac{3}{4}x$.
Т.к. время у грузов одинаковое , то:

$$t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{S_1}{v_g} = \frac{S_2}{v_n} \Rightarrow \frac{S_1}{v_g} = \frac{\frac{1}{4}x}{v_n} \Rightarrow S_1 v_n = \frac{1}{4}x v_g \Rightarrow \underline{\frac{3}{4}x v_g = 3S_1 v_n}$$

$$\frac{S_3}{v_n} = \frac{S_1 + x}{v_g} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}x}{v_n} = \frac{S_1 + x}{v_g} \Rightarrow \underline{\frac{3}{4}x v_g = S_1 v_n + v_n x}$$

Т.к. $\frac{3}{4}x v_g = \frac{3}{4}x v_g$, выведем:

$$S_1 v_n + v_n x = 3S_1 v_n \quad | - S_1 v_n$$

$$v_n x = 2S_1 v_n$$

$$x = 2S_1 \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2}x \Rightarrow \frac{1}{2}S_1 = \frac{1}{4}x \Rightarrow \frac{1}{2}S_1 = S_2 \Rightarrow S_1 = 2S_2. \text{ Т.к.}$$

время у грузов одинаковое , составим выражение:

$$\frac{S_1}{v_g} = \frac{S_2}{v_n} \Rightarrow \frac{2S_2}{v_g} = \frac{S_2}{v_n} \Rightarrow 2v_n = v_g. \text{ Значит, скорость Пота}$$

в 2 раза меньше скорости Вераситы. Ответ: в 2 раза.