



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 58-08-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	3	10	0	7	5	62

Вариант 2

№1.

Составим уравнения:

$$\begin{cases} x \cdot y = Z \\ (x-2) \cdot y + (x-2) \cdot 1000 = Z \end{cases}$$

Z — стоимость покупки, x — количество человек,
 y — сумма вклада, тогда:

$$x \cdot y = (x-2)(y+1000)$$

$$x \cdot y = xy - 2y + 1000x - 2000$$

$$1000x - 2y - 2000 = 0$$

$$1000x - 2y = 2000$$

Поскольку x — натуральное число, т.е. другого количества
человек быть не может, то представим некоторые
значения:

при $x=1$ y отрицательное

при $x=2$ $y=0$

$$\text{при } x=3 \quad y = \frac{3000-2000}{2} = 500$$

$$\text{при } x=4 \quad y = \frac{4000-2000}{2} = 1000$$

$$\text{при } x=5 \quad y = \frac{5000-2000}{2} = 1500$$

$$\text{при } x=6 \quad y = \frac{6000-2000}{2} = 2000$$

Можно заметить, что при $x \leq 3$ стоимость колески будет меньше 3000, а при $x \geq 6$ стоимость будет больше 10000 $\Rightarrow$ рассмотрим $x=4$ и $x=5$, но при $x=5$ $z = 5 \cdot 1500 = 7500$, а это меньше 4000 $\Rightarrow$ рассмотрим только $x=4 \Rightarrow z = 4 \cdot 1000 = 4000$.

Ответ: 4000.

$\sqrt{2}$.

Для начала подумаем, сколько всего цукров будет в пакете еще. Это общее кол-во цукров $- 81 = 81 - 10 + 1 = 72$ цукра. То есть, кол-во цукров в пакете еще не зависит от заготовки наших пакетов $\Rightarrow$ сколько будет поставлено пакетов можно больше делать в пакет еще. Если мы хотим поставить три, то придется вытерять $81 - (20 - 10 + 1) \cdot 2 - 2 = 46$ цукров. Соответственно, если поставим 4 пакеты, нужно вытерять на 19 цукров больше, то есть 65, а если поставим 5 $- 65 + 19 = 84$, но 84 цукров мы не можем вытерять по условию $\Rightarrow$ в пакете может стоять не больше четырех пакетов. Ставим 4, т.к. тогда мы сможем сделать больше пакетов $\Rightarrow$ нам можно вытерять еще $81 - 65 = 16$ цукров. 5-ый цукров деловой взять нельзя. Для использования всех цукров нужно вытерять $(48 - 40 + 1) \cdot 2 - 1 = 17$ цукров, что больше 16 $\Rightarrow$ ставим 7 и вытеревшем $(47 - 40 + 1) \cdot 2 - 1 = 15$ цукров $\Rightarrow$ можно вытерять еще 1 цукру, тогда вытеревшем

температуру в воде 48 и погружен тело:

9999784950515253...81, первое является наибольшим возможным.

Ответ: 9999784950515253...8081.

$\sqrt{7}$.

Найти:

$\rho = ?$

Решение:

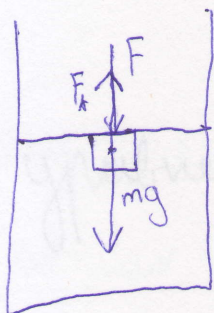
Дано:

$$F = 5 \text{ Н}$$

$$\rho_{\text{ж}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$V = 1 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$$



$$F + mg = F_A$$

$$F + mg = \rho_{\text{ж}} g V$$

$$F = \rho_{\text{ж}} g V - \rho g V$$

$$F = g V (\rho_{\text{ж}} - \rho)$$

$$\rho_{\text{ж}} - \rho = \frac{F}{g V} \Rightarrow \rho = \rho_{\text{ж}} - \frac{F}{g V}$$

$$\rho_{\text{ж}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \Rightarrow$$

$$\frac{F}{g V} = \frac{5 \text{ Н}}{10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 1 \text{ м}} = 0,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\Rightarrow \rho = \rho_{\text{ж}} - \frac{F}{g V} = 1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 0,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 0,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 500 (\frac{\text{кг}}{\text{м}^3})$$

Ответ: $\rho = 500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

№4.

Для вычисления суммы цифр числа 7^{2024} рассмотрим закономерность. Посмотрим на сумму цифр степеней 7:

- 7^1 - сумма 7 $\rightarrow +6$
- $7^2 = 49$ - сумма 13 $\rightarrow -3$
- $7^3 = 343$ - сумма 10 $\rightarrow -3$
- $7^4 = 2401$ - сумма 7 $\rightarrow +15$
- $7^5 = 16807$ - сумма 22 $\rightarrow +6$
- $7^6 = 117649$ - сумма 28 $\rightarrow -3$
- $7^7 = 823543$ - сумма 25 $\rightarrow +6$
- $7^8 = 5764801$ - сумма 31 $\rightarrow -3$
- $7^9 = 40353607$ - сумма 28 $\rightarrow +15$
- $7^{10} = 282475249$ - сумма 43 $\rightarrow +6$
- $7^{11} = 1977326743$ - сумма 49 $\rightarrow -3$
- 7^{12} - сумма 46 $\rightarrow +6$
- 7^{13} - сумма 52 $\rightarrow -3$
- 7^{14} - сумма 49 $\rightarrow +15$
- 7^{15} - сумма 64

Видим закономерность, начиная с 7^4 : $+15, +6, -3, +6, -3$
 $\Rightarrow$ каждые 5 степеней с 7^4 прибавляется 21 к сумме цифр
 $\Rightarrow$ сумма цифр числа 7^{2024} равна $\frac{2024-4}{5} \cdot 21 + 7 = 404 \cdot 21 + 7 =$
 $= 8484 + 7 = 8491$ - это будет второй шаг независимости
 $\Rightarrow$ третий будет равен $8+4+9+1 = 22 \Rightarrow$ четвертый $-2+2=4 \Rightarrow$ пятый
 $\Rightarrow$ шестой будет равен 4. Ответ: 4.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 58-08-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№5.
Решение:

Найти:

$$\frac{m_1}{m_2} - ?$$

Дано:

$$\rho_1 = 1500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_2 = 6000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$R = R_1 = R_2 = 1 \text{ см}$$

$$r = 0,25 \text{ см}$$

Найти массу первого стержня:

$$m_1 = \pi r^2 \cdot a \cdot \rho_1 + (\pi R^2 \cdot a - \pi r^2 \cdot a) \cdot \rho_2$$

Найти массу второго стержня:

$$m_2 = \pi r^2 \cdot a \cdot \rho_2 + (\pi R^2 \cdot a - \pi r^2 \cdot a) \cdot \rho_1$$

a - длина проволоки

Тогда:

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{m_2} &= \frac{\pi r^2 \cdot a \cdot \rho_1 + (\pi R^2 \cdot a - \pi r^2 \cdot a) \cdot \rho_2}{\pi r^2 \cdot a \cdot \rho_2 + (\pi R^2 \cdot a - \pi r^2 \cdot a) \cdot \rho_1} = \\ &= \frac{r^2 \cdot \rho_1 + (R^2 - r^2) \cdot \rho_2}{r^2 \cdot \rho_2 + (R^2 - r^2) \cdot \rho_1} \end{aligned}$$

Поскольку $\rho_2 = 4 \rho_1$, то:

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{m_2} &= \frac{r^2 + (R^2 - r^2) \cdot 4}{4r^2 + R^2 - r^2} = \frac{4R^2 - 3r^2}{3r^2 + R^2} = \frac{4 \cdot 1^2 - 3 \cdot (0,25)^2}{3 \cdot (0,25)^2 + 1^2} = \\ &= \frac{4 - 0,1875}{0,1875 + 1} = \frac{3,8125}{1,1875} = 3 + \frac{0,25}{1,1875} = 3 + \frac{2500}{11875} = 3 + \frac{4}{19} = \frac{61}{19} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{61}{19}$

N2.

Найти:

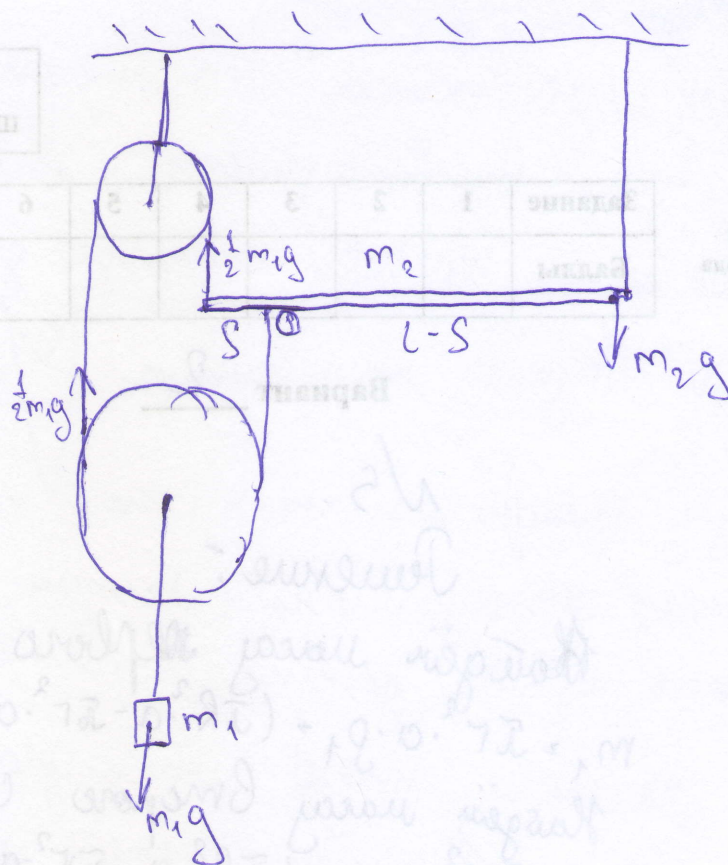
$$m_1 = ?$$

Дано:

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$L = 80 \text{ см}$$

$$S = 10 \text{ см}$$



Записать правило моментов относительно опоры O:
с опорой O момента 0:

$$\frac{\frac{1}{2} m_1 g}{L-S} = \frac{m_2 g}{S} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} m_1}{L-S} = \frac{m_2}{S} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 S = m_2 (L-S) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{2 m_2 (L-S)}{S} = \frac{2 \cdot 2 \text{ кг} \cdot (80 \text{ см} - 10 \text{ см})}{10 \text{ см}} = 4 \text{ кг} \cdot 4 = 16 \text{ кг}$$

Ответ: $m_1 = 16 \text{ кг}$.

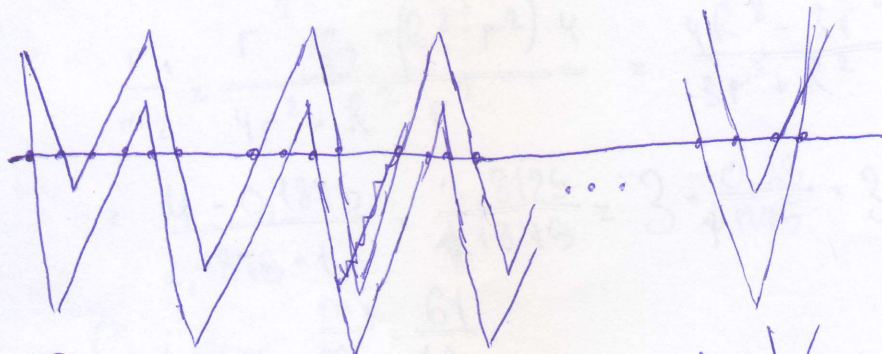
№3.

~~а) Такие многоугольники существуют~~

Такие многоугольники обязательно будут
выпуклыми т.к. в выпуклых многоугольниках
одна прямая может пересечь максимум две стороны.
Рассмотрим выпуклый многоугольник M . В нём можно

провести одну прямую так, чтобы она пересекла все
стороны этого многоугольника. Лучше, это прямая,
которая как нужна, так и остаётся одинаково
количество частей этого многоугольника по обе
стороны. Количество частей может быть
только целым ~~числом~~ $\Rightarrow$ количество сторон

должно как многоугольника делиться
на две части, т.к. будет представлено
в виде $n-2 \Rightarrow$ многоугольник с 80-ю
сторонами подходит, а с 81-ой нет.
Пример на 80 сторон:



Сверху будет 20 таких элементов: V , а снизу 19 таких: Λ .
Соединить их будут 2 стороны $\Rightarrow$ всего сторон $39-2+2=80$

Omlem: a) ga; b) nem.

~~Handwritten text, mostly illegible due to bleed-through.~~

~~Handwritten text, mostly illegible due to bleed-through.~~

~~Handwritten text, mostly illegible due to bleed-through.~~



~~Handwritten text at the bottom of the page, mostly illegible due to bleed-through.~~