

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

М-Ю-07-040

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	13	13	10	10	0	5	74

Вариант 1

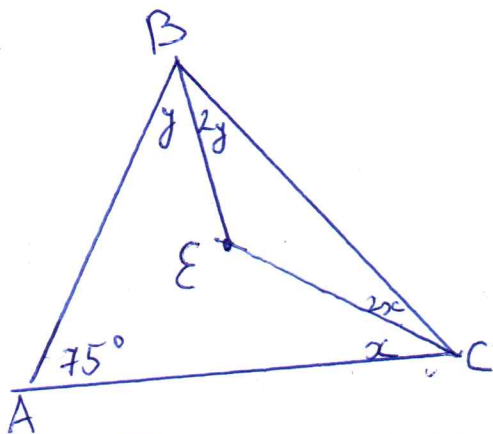
1. Максимальное число: ~~9999974849~~
9999 74849...80. Предположим, что
найденная число x , большее 9999 748...
Тогда, в x первые 4 цифры — девятки.
 $\Rightarrow$ зачёркнуто уже хотя-бы $8+19 \cdot 3 =$
 $= 65$ цифр. Такая цифра не может
быть 9, т.к. $65 + 19 > 80 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ такая цифра не больше 8. Предп., что
5-ая цифра равна 8 $\Rightarrow$ ищем такое число из кот.
надо вычеркнуть 15 цифр: 9999 4041424344454647
4849...

Итого 5-ая цифра была в нулю
вычеркнуть ещё хотя-бы 17 цифр
 $> 15 \Rightarrow$ 5-ая цифра не больше 7. Если
5-ая цифра равна 7 $\Rightarrow$ мы потратили
все зачёркивания. Итого, число x должно
начинаться на 99997, но т.к. не осталось
зачёркиваний $\Rightarrow$ ост. часть числа;

----- 4849...80 — число, которое я привёл.
Ответ: 9999 74849...80.

P.S. если какая-то из первых 5 цифр числа x
будет меньше, чем те, которые я привёл $\Rightarrow$
 $\Rightarrow x < 9999 74849 \dots$, а по предп.
 $x > 9999 74849 \dots$

2.



Обозначим $\angle ACE = x \Rightarrow \angle BCE = 2x$,
 $\angle ABE = y \Rightarrow \angle CBE = 2y$.

$$\begin{aligned}
 2y + y + 2x + x + 75^\circ &= 180^\circ = 3x + 3y + 75^\circ - \text{сумма углов } \triangle ABC \Rightarrow 3x + 3y = 105^\circ \Rightarrow \\
 &= 7x + y = 35^\circ \Rightarrow 2x + 2y = 70^\circ \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \angle CEB = 180^\circ - 2(x + y) = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ.
 \end{aligned}$$

Ответ: 110° .

3. Рассмотрим несколько первых чисел послед-ти.

3, 13, 29, 8, 14, 20, 8, 14, ...

получили цикл.

ост. числа разд.
 $\downarrow$ на цикл по 3

2024 число послед-ти: $2024 - 2 = 2022$,
 $2022 \div 3 \Rightarrow 2024$ число будет на 3-ем месте
 в цикле $\Rightarrow 2024$ число = 14.
 Ответ: 14.

см. след. лист



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

4. $\frac{80!}{10^{80}}$. По сути, задача состоит в том, чтобы найти $v_5(80!)$ и $v_2(80!)$.

$$v_5(80!) = \left\lfloor \frac{80}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{80}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{80}{125} \right\rfloor + \dots =$$
$$= 16 + 3 + 0 + \dots = 19$$

$$v_2(80!) = \left\lfloor \frac{80}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{80}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{80}{8} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{80}{16} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{80}{32} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{80}{64} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{80}{128} \right\rfloor + \dots = 40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 + 0 =$$

$$= 60 + 15 + 3 = 78 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80! = K \cdot 2^{78} \cdot 5^{19}, \text{ где } K \in \mathbb{N}, K \not\equiv 2, 5$$

$$\frac{80!}{10^{80}} = \frac{K \cdot 2^{78} \cdot 5^{19}}{2^{80} \cdot 5^{80}} = \frac{K}{4 \cdot 5^{61}} = \frac{K}{5^{59} \cdot 100}, \text{ эта}$$

дробь несократима, т.к.

$$(K; 2) = 1, (K; 5) = 1 \Rightarrow \text{её знаменатель равен } 2^2 \cdot 5^{61}.$$

$$\text{Ответ} = 2^2 \cdot 5^{61} = 5^{59} \cdot 100.$$



5.

$$V_{\text{ры}} = (3\text{ м})^3 = 27\text{ м}^3$$

$$V_{\text{кубы}} = 0,4\text{ м} \cdot 0,7\text{ м} \cdot 1,9\text{ м} = 0,532\text{ м}^3$$

$$V_{\text{воды}} = 27\text{ м}^3 - 0,532\text{ м}^3 = 26,468\text{ м}^3$$

$$\text{«скорость» воды} = 16500\text{ л/мин} = \checkmark$$

$$= 1650\text{ гл}^3/\text{мин} =$$

$$= 1,65 \frac{\text{м}^3}{\text{мин}}$$

$$26,468\text{ м}^3 : 1,65 \frac{\text{м}^3}{\text{мин}} \approx 16\text{ мин.}$$

Ответ = 16 мин.

6. Изобразили теренцы

$$10\text{ с.} = 18\text{ м} - \text{длина теренца} \checkmark$$

$$12\text{ ш.} = 8,4\text{ м} - \text{ширина тер.} \checkmark$$

$$12\text{ ш.} = 5,4\text{ м} = 540\text{ см} - \text{высота тер.}$$

$$S_{\text{стен}} = 5,4\text{ м} \cdot 18\text{ м} \cdot 2 + 8,4\text{ м} \cdot 5,4\text{ м} \cdot 2 =$$

$$= 194,4\text{ м}^2 + 90,72\text{ м}^2 = 285,12\text{ м}^2$$

$$2\text{ ш.} = 0,9\text{ м}$$

$$3\text{ ш.} = 1,35\text{ м}$$

$$S_{\text{окна}} = 1,215\text{ м}^2$$

$$2\text{ ш.} = 2,43\text{ м}^2 - \text{на одной стене}$$

$$8\text{ ш.} = 9,72\text{ м}^2 - \text{всего окон} \checkmark$$

$$285,12\text{ м}^2 - 9,72\text{ м}^2 = 275,5\text{ м}^2 - \text{нужно покрасить}$$

$$1\text{ банка краски} = 5\text{ л} = 5 \cdot 5 = 25\text{ м}^2 - \text{можно покрасить}$$

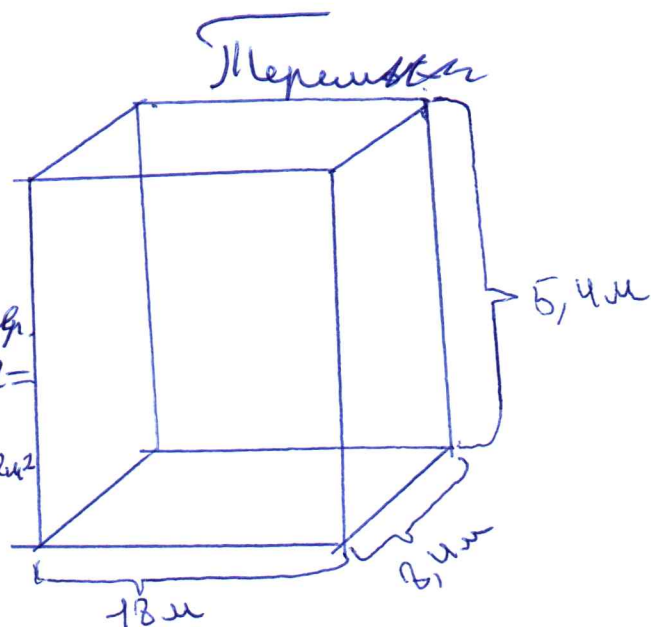
$$275,5\text{ м}^2 : 25\text{ м}^2 \approx 11, \text{ но больше 11, и округляем}$$

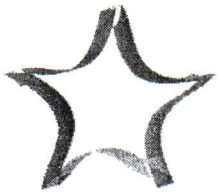
$$\text{в большую сторону, т.е. } 11 \cdot 25\text{ м}^2 = 275\text{ м}^2 < 275,5\text{ м}^2$$

$$\text{останется } 0,5\text{ м}^2 \text{ неокрашенным} \Rightarrow \text{нужно}$$

$$\text{минимум 12 банок. Ответ} = 12, \checkmark$$

см. след. лист





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$\rho_{\text{ст.}} = 7,82 / \text{см}^3 = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_{\text{м.}} = 4500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

1) Рассмотрим ρ стальной трубы

m — масса, $V_{\text{м}^3}$ — объём, $0,3m$ — митал $\Rightarrow$
 $\Rightarrow 0,7m$ — сталь. $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$

$$V_{\text{ст.}} = \frac{0,3m_{\text{ст.}}}{4500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} + \frac{0,7m_{\text{ст.}}}{7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} =$$

$$= \frac{0,3m}{4500} \text{ м}^3 + \frac{0,7m}{7800} \text{ м}^3 =$$

$$= \frac{m}{15000} \text{ м}^3 + \frac{7m}{78000} \text{ м}^3 = \frac{61m}{3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3} \text{ м}^3$$

$$\rho_{\text{ст.}} = \frac{m}{V_{\text{ст.}}} = \frac{m_{\text{ст.}}}{\frac{61m_{\text{ст.}}}{3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3 \text{ м}^3}} = \frac{1}{61} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

?

2) Рассмотрим ρ ст. тру

$m_{\text{ст.}}$ — масса, $V_{\text{м}^3}$ — объём, $0,7V$ — сталь, $0,3V$ — митал

$$m_{\text{ст.}} = \cancel{V_{\text{ст.}}} \cdot 0,7V_{\text{ст.}} \cdot 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} + 0,3V_{\text{ст.}} \cdot 4500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} =$$

$$= \frac{7}{78000} \cdot V_{\text{ст.}} + \frac{1}{15000} V_{\text{ст.}} = V_{\text{ст.}} \left(\frac{7}{78000} + \frac{1}{15000} \right) = \frac{61 V_{\text{ст.}}}{3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3}$$

?

$$P_2 = \frac{G l V_{kr}}{3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3} : V_{kr} = \frac{G l m}{3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3 \cdot m^3} =$$

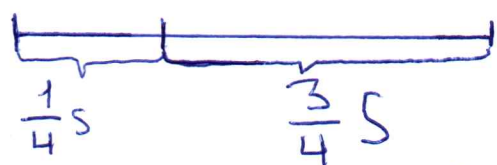
$$= \frac{G l}{3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3} \frac{m}{m^3}$$

$$\frac{P_{с.м.р.}}{P_{с.м.р.}} = \frac{G l}{3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3} : \frac{G l}{3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3} =$$

$$= \frac{G l^2}{(3 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 10^3)^2} = \frac{G l^2}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 26^2 \cdot 10^6}$$

$$\text{Ответ} = \frac{G l^2}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 26^2 \cdot 10^6}$$

7. Весь путь - S . Обозначим на схеме (V_n - ск. Лётя, $V_{кр}$ - скр. велос.)



Лётя. Тасанотуши
вар-т, если Лётя
пойдёт до конца, За

это же время велосипед проедет S , а Лётя - $\frac{3}{4}S \Rightarrow \frac{V_n}{V_{кр.}} = \frac{\frac{3}{4}S}{S} =$

$$= \frac{3}{4} \Rightarrow V_n = \frac{3}{4} V_{кр.} =$$

$\Rightarrow V_{Лётя}$ в $\frac{4}{3}$ р. меньше, чем
скорость велосипеда.

Ответ: в $\frac{4}{3}$ раза.