

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 27-09-28

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	12	13	11	0	10	1	1	568

Задача №3.

Двадцать разобьем широк на 3 группы: $(200_1; 200_2; 900_1)$ $(300_1; 500_2; 1000_1)$ $(400_1; 600_2; 800_1)$
 Взяв 1 и 2 группы $\Rightarrow$ если $1 < 2 \Rightarrow$ в 1 фальш. $\Rightarrow$ 1 группа широк, если $1 > 2 \Rightarrow$ в 2 фальш. широк, иначе
 $1 = 2 \Rightarrow$ в 3 фальш. широк. Если широка 6 фальш. то мы взяли. $300_1 + 200_2 \neq 500_2$, если
 $300_1 + 200_2 > 500_2 \Rightarrow$ ~~фальш~~ фальш, если $< \Rightarrow$ 300 фальш, если $= \Rightarrow$ 1000 фальш.
 Аналогично, если фальш. широка в 1ой группе $\Rightarrow$ взвешивает $200_1 + 500_2 \neq 700_2$
 если в 3 группе взвеш. $400_1 + 200_2 \neq 600_2$. Аналогично можно найти фальшивую
 широк.

Задача №2.

1) РК-сервис $\Rightarrow \angle POA = \angle OK = 90^\circ$
 $\angle PAO = \angle OK$ (AD-диск.)
 AD -общ $\Rightarrow \triangle AOP = \triangle OK \Rightarrow$
 $AP = OK = x$ и $PO = OK$

2) Проведем PD и KD
 т.к. $PO = OK$ и $\angle POD = \angle OK = 90^\circ$
 и OD -общ $\Rightarrow \triangle POD = \triangle OK \Rightarrow$
 $PD = KD$

т.к. $PO = OK$ и $OD = AD$
 и $\angle POD = \angle OK$ (верт.) $\Rightarrow \triangle POD = \triangle OK$
 $\Rightarrow PD = AK = CD = x$

3) $\triangle BPD \sim \triangle CKD$ (по 2 углам)

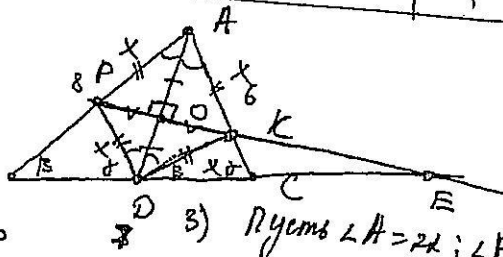
$$\frac{BD}{CD} = \frac{PB}{KD} = \frac{PD}{CE}$$

$$= \frac{PB}{x} = \frac{x}{CK}$$

т.к. AD-диск. $\Rightarrow$ по св. диск.

$$\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow BD \cdot AC = AB \cdot CD$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$



3) Пусть $\angle A = \alpha; \angle B = \beta; \angle C = \gamma$
 $\Rightarrow \angle ADB = \alpha + \gamma$
 из н. 2 из равенства $\angle PDO = \alpha = \angle OAK = \angle OK$
 $\angle PDB = \gamma$ ($\angle ADB - \angle PDO$)
 $PD \parallel AC$, аналогично $KD \parallel AB$ и $\angle$

5) по т. Менелая, $\angle KDC = \beta$
 $\frac{BD}{PA} \cdot \frac{AK}{CK} \cdot \frac{CE}{BE} = 1$

$\frac{CE}{BE} = \frac{PA}{PB} \cdot \frac{BK}{AK} = \frac{x}{PB} \cdot \frac{CK}{x}$

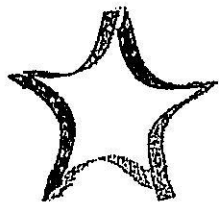
$$\frac{CE}{BE} = \frac{PA}{PB} \cdot \frac{BK}{AK} = \frac{x}{PB} \cdot \frac{CK}{x}$$

$$\frac{PB}{x} = \frac{x}{CK} = \frac{BD}{CD} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{PB} = \frac{3}{4} \quad \text{и} \quad \frac{CK}{x} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{CE}{BE} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{BE}{CE} = \frac{16}{9}$$

Ответ: $\frac{16}{9}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 27-09-28

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Задача №1

Вариант 1

2/4

Пусть автомобиль проехал время t до поворота $\Rightarrow$ мотоцикл $t+1 \Rightarrow$ велосипед $t+2$
 1) Случай: автомобиль не ~~преодолеет~~ поворот, не велосипед, не мотоцикл:

$$20(t+2) - 60t + 40(t+1) - 60t \leq 20$$

$$20t + 40 - 60t + 40t + 40 - 60t \leq 20$$

$$-60t \leq -60$$

$$t \geq 1$$

$$\Rightarrow t = 1$$

2) Случай: автомобиль не ~~преодолеет~~ поворот, но ~~преодолеет~~ велосипед, но ~~преодолеет~~ мотоцикл:

$$60t - 20(t+2) + 40(t+1) - 60t \leq 20$$

$$40t + 40 - 20t - 20 - 60t \leq 20$$

$$20t \leq 20$$

$$t \leq 1$$

$$\Rightarrow t = 1$$

3) Случай: автомобиль выехал обочину:

$$60t - 20(t+2) + 60t - 40(t+1) \leq 20$$

$$60t - 20t - 20 + 60t - 40t - 40 \leq 20$$

$$60t$$

$$t \leq \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow t = \frac{5}{3}$$

$$\text{варианта}$$

$$\text{Есть 2 т, либо } t = 1, \text{ либо } t = \frac{5}{3}$$

$$?$$

$$?$$

$$?$$

$$?$$

$$?$$

$$?$$

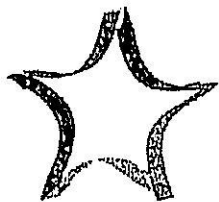
$$?$$

$$?$$

Значит автомобиль проехал либо 60 км, либо 100 км

Ответ: 60 км; 100 км.

100.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

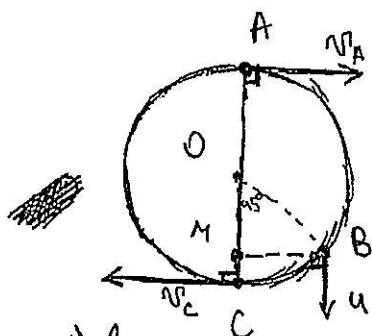
шифр 27-09-28

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Задача №5

Вариант 1

3/4



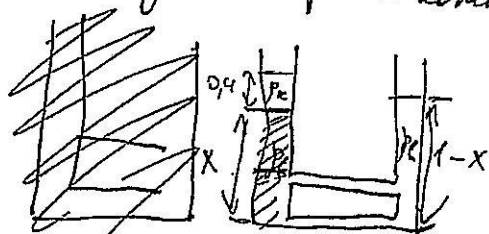
М - ~~масса~~ мгновенный центр

$$v_C \cos 90^\circ = v_A \cos 90^\circ$$

$$v_C = 40 \text{ см/с}$$

Задача №6.

Допустим, мы не сможем заставить 2) можно рассмотреть не переходит в левое колесо (дел, разницы) и он не переходит в правое колесо, т.е. ~~вода~~ длина воды $\geq 0,4 \text{ м}$



$$V_6 = LS$$

$$0,01 \text{ м}^3 = L \cdot 0,01 \text{ м}^2$$

$$L = 1 \text{ м (возв.)}$$

$$V_k = LS$$

$$0,004 \text{ м}^3 = L \cdot 0,01 \text{ м}^2$$

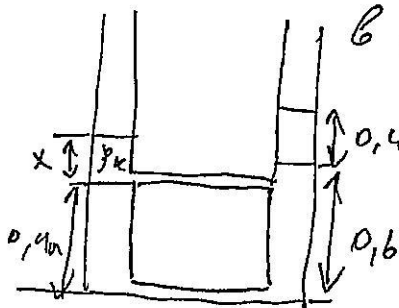
$$L = 0,4 \text{ м}$$

$$0,4 \rho_k g + x \rho_v g = (1-x) \rho_v g$$

$$x = \frac{\rho_v - 0,4 \rho_k}{2 \rho_v}$$

$$= 0,34 \text{ м, но } x \geq 0,4 \text{ м} \Rightarrow \text{наши предположения неверны}$$

и вода перешла в левое колесо на уровне 0,4 м



$$\rho_v g \cdot 0,4 \text{ м} + x \rho_k g = (0,4-x) \rho_k g + 0,6 \rho_v g$$

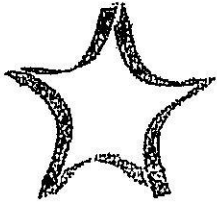
$$0,4 \rho_v + x \rho_k = 0,4 \rho_k - x \rho_k + 0,6 \rho_v$$

$$2x \rho_k = 0,2 \rho_v + x \rho_k$$

$$x = \frac{0,2 \rho_v + 0,4 \rho_k}{2 \rho_k} = \frac{200 + 320}{1600} = \frac{520}{1600} = \frac{13}{40} = 0,325$$

Таким образом в левом колесе будет уровень 0,725 м, в другом 0,675 м

Ответ: 0,725 м; 0,675 м



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 27-09-28

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача № 4.

$$f(0) = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = e.$$

$\Rightarrow$ необходимо найти
коэф. e .

1/4

$$f(17) = 2025$$

$$a \cdot 17^4 + b \cdot 17^3 + c \cdot 17^2 + d \cdot 17 + e = 2025$$

$$a \cdot 17^4 + b \cdot 17^3 + c \cdot 17^2 + d \cdot 17 = 2025 - e$$

$$\text{Левая часть} : 17 \Rightarrow 2025 - e : 17 \text{ (т.е. все коэффициенты целые)}$$

Аналогично:

$$f(135) = 2025$$

$$a \cdot 135^4 + b \cdot 135^3 + c \cdot 135^2 + d \cdot 135 + e = 2025$$

$$a \cdot 135^4 + b \cdot 135^3 + c \cdot 135^2 + d \cdot 135 = 2025 - e$$

$$2025 - e : 135$$

$$135 = 3^3 \cdot 5 \quad 17 = 17$$

$$(17; 135) = 1 \text{ (т.е. они взаимно просты)}$$

$$2025 - e : 17 \text{ и } : 135 \Rightarrow \text{? } 2095 \text{ ? } 2295$$

$e < 0 \Rightarrow 2025 - e > 2025 \Rightarrow$ стоит рассмотреть ряд чисел, которые : 2095 и идут в пределах от $(2025 - (-2000))$, $2025 - (-3000)$)
 $= (4025; 5025)$

Такое число одно это 4190!

$$e = -2165 \Rightarrow f(0) = -2165$$

Ответ: $f(0) = -2165$

1/6