



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 58-07-15

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	2	16	2	10	10	5	7	49

(стр. 1)

Вариант 1
N5.

$V_{\text{в}} = V_{\text{к}} - V_{\text{я}}$, где $V_{\text{в}}$ — объём, занимаемый водой, $V_{\text{к}}$ — объём стеклянной коробки, $V_{\text{я}}$ — объём герметичного ящика.

Известно, что $V_{\text{к}} = 3 \text{ м} \cdot 3 \text{ м} \cdot 3 \text{ м} = 3^3 \text{ м}^3 = 27 \text{ м}^3$, а $V_{\text{я}} = 40 \text{ см} \cdot 70 \text{ см} \cdot 190 \text{ см} = 0,4 \text{ м} \cdot 0,7 \text{ м} \cdot 1,9 \text{ м} = 0,532 \text{ м}^3$. Тогда $V_{\text{в}} = 27 - 0,532 = 26,468 \text{ м}^3$. Известно, что в 1 м^3 1000 л, тогда в $26,468 \text{ м}^3$ 26468 л. По условию вода подается со скоростью ~~$v = 26468$~~ $v = 1650 \text{ л/мин}$, это значит что

стеклянный куб заполнится за $t = \frac{V_{\text{в}}}{v} = \frac{26468}{1650} = \frac{13234}{825} \text{ (мин)}$.

Заполняем деление столбиком:

$$\begin{array}{r} 13234 \overline{) 825} \\ - 825 \\ \hline 4984 \\ - 4950 \\ \hline 340 \end{array}$$

$\times 825$ Далее выполнять деление нет смысла, ведь ответ просят округлить до целых.

Ответ: 16 минут.

N6.

(a — длина, b — ширина, c — высота).

Стены вместе с окнами: $a = 10 \text{ саженей} = 10 \cdot 1,8 = 18 \text{ м}$; $b = 12 \text{ аршин} = 12 \cdot 0,7 = 8,4 \text{ м}$; $c = 12 \text{ локтей} = 12 \cdot 0,45 \text{ м} = 5,4 \text{ м}$.

Размеры окна: $a_1 = 2 \text{ локтя} = 2 \cdot 0,45 = 0,9 \text{ м}$; $c_1 = 3 \text{ локтя} = 3 \cdot 0,45 = 1,35 \text{ м}$.

Площадь S_0 (площадь одного окна): $S_0 = a_1 c_1 = 0,9 \cdot 1,35 = 1,215 \text{ м}^2$.

Тогда площадь всех стен вместе с окнами равна $S = 2ac + 2bc = 2(ac + bc)$ мки угла и стены, но 2 одинаковых противоположных. Площадь стен не включая окна $S_1 = 2(ac + bc) - 8 \cdot 1,215 = 2(ac + bc) - 9,72$. Углы по 2 окна на каждой из четырех стен, поэтому мы $1,215$ умножаем на 8. Если записать формулу, то $S_1 = 2(ac + bc) - N S_0$, где N — кол-во окон. Заменяем буквы на известные величины и считаем:

$$S_1 = 2 \cdot (18,5,4 + 8,4 \cdot 5,4) - 8,1,215 = 2 \cdot (5,4 \cdot (18 + 8,4)) - 9,72 = 2 \cdot (5,4 \cdot 26,4) - 9,6 =$$

$$= 2 \cdot 142,56 - 9,72 = 285,12 - 9,72 = 275,4 (\text{м}^2)$$

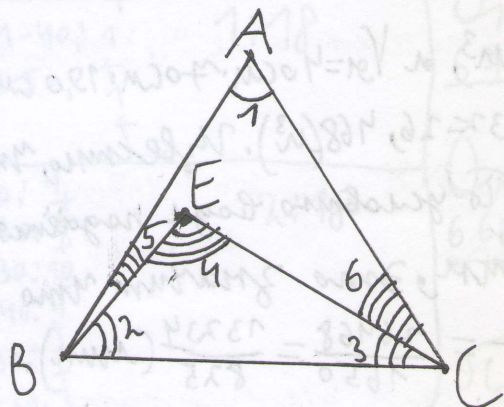
$$\frac{275,4}{9,72} = 28,33$$

1) С.к. ма какагы 5 м² кыраа кунхотуа 1 л кыраа, м
 Кол-во кыраа $N_1 = \frac{275,4}{5} (\text{л})$. Выпалнем деление столбиком.

$$\begin{array}{r} 275,4 \overline{) 5} \\ \underline{25} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

155,08 (л) — кыраа кунхотуа. В одной банке 5 литров кыраа
 поэтому нам кунхотуа 12 банок (11 цыткы и
 нмол 0,08 л).

Ответ: 12 банок.



№2.

Дано:

$$\angle 1 = 75^\circ$$

$$\angle 2 = 2\angle 5$$

$$\angle 3 = 2\angle 6$$

Найти: $\angle 4$.

Решение:

$$\angle B = \angle 2 + \angle 5 = 2\angle 5 + \angle 5 = 3\angle 5$$

$$\angle C = \angle 3 + \angle 6 = 2\angle 6 + \angle 6 = 3\angle 6$$

$$\angle 1 + \angle B + \angle C = \angle 1 + 3\angle 5 + 3\angle 6 = 180^\circ - \text{по теореме суммы углов треугольника}$$

$$\Rightarrow 3\angle 5 + 3\angle 6 = 180 - 75 = 105^\circ$$

В числе 80! есть множители 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80

20

$$\frac{80!}{10^{80}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \dots \cdot 79 \cdot 80}{10^{79}} = \frac{1 \cdot 2 \dots 9 \cdot 11 \cdot 12 \dots 19 \cdot 21 \dots}{10^{78}}$$

$$\frac{79 \cdot 80 : 10}{: 10} = \frac{1 \cdot 2 \dots 9 \cdot 11 \cdot 12 \dots 19 \cdot 21 \dots 29 \cdot 31 \dots 80 : 10}{10^{77} : 10} = \frac{9! \cdot 11 \cdot 12 \dots 19 \cdot 21 \dots 29 \cdot 31 \dots 79 \cdot 10}{10^{76} : 10}$$

$$= \frac{9! \cdot 11 \cdot 12 \dots 19 \cdot 21 \dots 29 \cdot 31 \dots 39 \cdot 41 \dots 49 \cdot 51 \dots 79}{10^{74}} \stackrel{10}{=} \frac{9! \cdot 11 \cdot 12 \dots 19 \cdot 21 \dots 29 \cdot 31 \dots 39 \cdot 41 \dots}{10}$$

$\cdot 49 \cdot 51, \dots, 59 \cdot 61, \dots, 69 \cdot 71, \dots, 79$
 10^{72} . Заметим всё, что идёт после $9!$, как x , тогда

$$\frac{9! \cdot \pi}{10^{72}} = \frac{1 \cdot \cancel{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cancel{5} \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot \pi}{10^{71} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5}} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \cancel{8} \cdot 9 \cdot \pi}{10^{70} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5}} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cancel{4} \cdot 7 \cdot 9 \cdot \pi}{10^{69} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5}} =$$

$$= \frac{3 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot x}{10^{65} \cdot \underset{5}{\cancel{10}} \cdot \underset{5}{\cancel{10}} \cdot \underset{5}{\cancel{10}} \cdot \underset{5}{\cancel{10}} \cdot 5 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot x}{10^{65} \cdot 5^6} \cdot \text{Возьмем из } x \text{ все множители,}$$

$$\frac{3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 22 \cdot 25 \cdot 32 \cdot 35 \cdot 42 \cdot 45 \cdot 52 \cdot 55 \cdot 62 \cdot 65 \cdot 72 \cdot 75}{10^{61} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$$

$$\frac{\cdot \cancel{31} \cdot 13 \cdot \cancel{23} \cdot 3}{\cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot 5} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 18 \cdot \cancel{26} \cdot 11 \cdot 31 \cdot 73 \cdot 9 \cdot 3}{5^{12} \cdot 10^{10} \cdot 10 \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}$$

$$= \frac{3 \cdot 7 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 13 \cdot 3^2 \cdot 3}{5^{18} \cdot 12^{45}} \cdot \text{Мы убрали все числа, которые}$$

как не сократится с 10, так не будем писать вообще, всего нам предстоит
считать только знаменатель. Выпишем все остальные (на 4, 6, 8).

получим только знаменатели. Выпишем все остальные (на 4, 6, 8).

$$\begin{array}{r}
 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23 \quad 24 \quad 25 \quad 26 \quad 27 \quad 28 \quad 29 \quad 30 \quad 31 \quad 32 \quad 33 \quad 34 \quad 35 \quad 36 \quad 37 \quad 38 \quad 39 \quad 40 \\
 14 \cdot 16 \cdot 18 \cdot 20 \cdot 22 \cdot 24 \cdot 26 \cdot 28 \cdot 30 \cdot 32 \cdot 34 \cdot 36 \cdot 38 \cdot 40 \cdot 42 \cdot 44 \cdot 46 \cdot 48 \cdot 50 \cdot 52 \cdot 54 \cdot 56 \cdot 58 \cdot 60 \cdot 62 \cdot 64 \cdot 66 \cdot 68 \cdot 70 \cdot 72 \cdot 74 \cdot 76 \cdot 78 \cdot 80 \\
 \hline
 5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 25 \cdot 30 \cdot 35 \cdot 40 \cdot 45 \cdot 50 \cdot 55 \cdot 60 \cdot 65 \cdot 70 \cdot 75 \cdot 80 \cdot 85 \cdot 90 \cdot 95 \cdot 100 \\
 \hline
 10 \cdot 20 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 50 \cdot 60 \cdot 70 \cdot 80 \cdot 90 \cdot 100 \cdot 110 \cdot 120 \cdot 130 \cdot 140 \cdot 150 \cdot 160 \cdot 170 \cdot 180 \cdot 190 \cdot 200
 \end{array}$$

$$S_1 = 2 \cdot (18,5,4 + 8,4,5,4) - 8,1,215 = 2 \cdot (5,4 \cdot (18 + 8,4)) - 9,72 = 2 \cdot (5,4 \cdot 26,4) - 9,6 =$$

$$= 2 \cdot 142,56 - 9,72 = 285,12 - 9,72 = 275,4 (\text{м}^2)$$

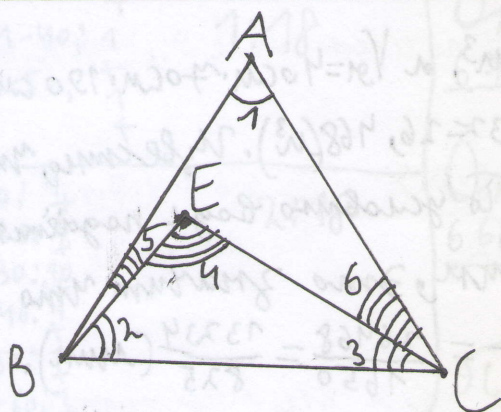
$\frac{275,4}{8} = 34,425$ т.к. мы знаем, что на каждые 5 м² требуется 1 л краски, то

Количество краски $N_1 = \frac{275,4}{5} (\text{л})$. Выполняем деление столбиком.

$$\begin{array}{r} 275,4 \overline{) 5} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

55,08 (л) — краски понадобится. В одной банке 5 литров краски, поэтому нам понадобится 12 банок (11 целых и еще 0,08 л).

Ответ: 12 банок.



№2.

Дано:

$$\angle 1 = 75^\circ$$

$$\angle 2 = 2\angle 5$$

$$\angle 3 = 2\angle 6$$

Найти: $\angle 4$.

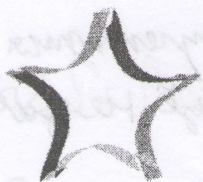
Решение:

$$\angle B = \angle 2 + \angle 5 = 2\angle 5 + \angle 5 = 3\angle 5$$

$$\angle C = \angle 3 + \angle 6 = 2\angle 6 + \angle 6 = 3\angle 6$$

$$\angle 1 + \angle B + \angle C = \angle 1 + 3\angle 5 + 3\angle 6 = 180^\circ - \text{по теореме суммы углов треугольника}$$

$$\Rightarrow 3\angle 5 + 3\angle 6 = 180 - 75 = 105^\circ$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 58-07-15

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

(стр. 2)

Вариант 1

№8.

$\rho_{\text{пружины}} = \frac{m_{\text{титан}} + m_{\text{сталь}}}{V_{\text{пружины}}}$. Можно записать это, как $\frac{m_m}{V_{\text{прун}}} + \frac{m_{\text{ст}}}{V_{\text{прун}}}$, м.к.

Объём один и тот же. Нам нужно найти $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ или $\frac{\rho_2}{\rho_1}$, смотря, что будет больше, где ρ_1 — плотность пружины, изготовленной по стандарту, а ρ_2 — плотность пружины, изготовленной со сбоем. Будет масса пружины — $m_{\text{прун}}$, а объём пружины — $V_{\text{прун}}$, тогда $\rho_1 = \frac{0,3m + 0,7m}{V_{\text{прун}}}$ ($30\% = 0,3$; м.к. 30%-титаном, что оставшиеся 70% — сталь).

$$\rho_1 = \frac{0,3m + 0,7m}{V_{\text{прун}}} ; \rho_2 = \frac{m}{0,3V_{\text{прун}} + 0,7V_{\text{прун}}}$$

~~Сталь в пружине 1: $\rho_{\text{ст}} \cdot 0,3m = V_{\text{ст}}$~~
~~Титан в пружине 1: $\rho_m \cdot 0,7m = V_m$~~

$$\rho_1 = \frac{m}{0,7m \cdot \rho_{\text{ст}} + 0,3m \cdot \rho_m} \quad (m = \rho V)$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_m 0,3V + \rho_{\text{ст}} 0,7V}{V} \quad (V = \frac{m}{\rho})$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_m 0,3 + \rho_{\text{ст}} 0,7}{1} \quad (\rho = \frac{m}{V})$$

Сталь в пружине 1: $\frac{0,7m}{\rho_{\text{ст}}} = V_{\text{ст}}$
 Сталь в пружине 2: $m_{\text{ст}} = \rho_{\text{ст}} 0,7V$
 Титан в пружине 1: $\frac{0,3m}{\rho_m} = V_m$
~~Титан в пружине 2: $m_m = \rho_m 0,3V$~~
 Титан в пружине 2: $m_m = \rho_m 0,3V$

Понятно, что объём пружины в обоих случаях одинаков, а вот масса отличается. Запишем:

$$\rho_2 = \frac{\rho_m 0,3V + \rho_{\text{ст}} 0,7V}{0,7m \cdot \rho_{\text{ст}} + 0,3m \cdot \rho_m}$$

№7.

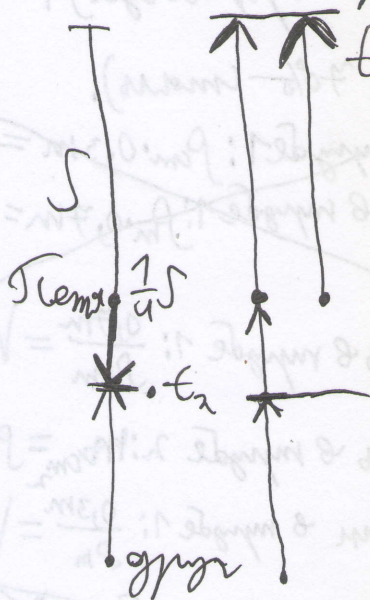
П.к. по условию, если Петя пойдёт назад, то встретится с другом у начала тоннеля $\Rightarrow$ друг в этот момент ещё не заехал в тоннель. Если Петя пойдёт вперёд, то встретится с другом у конца тоннеля $\Rightarrow$ друг за это время успеет заехать в тоннель и полностью проехать его.

v_1 - скорость Пети, v_2 - скорость его друга на велосипеде,

S - длина тоннеля, t - время, за которое Петя пройдёт через тоннель

$v = \frac{S}{t}$, тогда $v_1 = \frac{3}{4}v$; $\frac{3}{4}S$, т.к. в момент, когда он услышит

сигнал друга он находится на $\frac{1}{4}$ тоннеля. Друг за это время проехал $> S$. За время t_2 друг добрался до начала тоннеля, а Петя проехал $\frac{1}{4}S$. $t = t_1 + t_2$



$$t_1 = \frac{0,75S}{v_1}$$

$$v_1 t_1 = \frac{3}{4}S \quad v_1 t_2 = \frac{1}{4}S \quad t_2 = \frac{0,25S}{v_1}$$

$$\left(\frac{3}{4}S = 0,75S ; \frac{1}{4}S = 0,25S \right)$$

$$\begin{cases} v_2 t_1 = x \\ v_2 t_2 = S + x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{x}{v_2} \\ t_2 = \frac{S-x}{v_2} \end{cases}$$

Выведем одно выражение из другого

$$v_2 t_1 - v_2 t_2 = x - (S + x) = x - S + x = 2x - S$$

Нужно найти $\frac{v_2}{v_1}$.

$$\frac{0,75v_2 S}{v_1} - \frac{0,25v_2 S}{v_1} = 2x - S \quad v_2 t_1 - v_2 t_2 =$$

$$0,75v_2 S - 0,25v_2 S = (2x - S) \cdot v_1 = 2v_1 x - v_1 S$$

$$\text{П.к. } t = t_1 + t_2 = \frac{0,75S}{v_1} + \frac{0,25S}{v_1} = \frac{S}{v_1}$$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{x}{v_2} + \frac{S-x}{v_2} =$$

$$\frac{0,75v_2 S}{v_1} - \frac{0,25v_2 S}{v_1} + S =$$

$$\frac{0,5v_2^2 S}{v_1} \cancel{+ S} + S = 0$$

$$0,5v_2^2 S + S = v_1$$

$$S \cdot (0,5v_2^2 + 1) = v_1$$

$$0,5v_2^2 + 1 = v_1 : S$$

шифр 58-07-15

1	2	3	4	5	6	7	8	Всего

Вариант 1

№8.

Имеем зависимость это, как $\frac{m_m}{V_{mup}} + \frac{m_{cm}}{V_{mup}}$, m.
 Для этого и так же. Если нужно найти $\frac{P_1}{P_2}$ или $\frac{P_2}{P_1}$, считая
 что P_1 - давление воздуха, P_2 - давление воды, P_3 - давление
 воздуха, а P_4 - давление воды, P_5 - давление воздуха.
 масса воздуха - m_{up} , а общая масса - V_{mup} , тогда $P_1 = \frac{0,3m + 0,7m}{V_{mup}}$
 $P_2 = 0,3$, m. k. 30% воздуха, 70% воды.

$$P_1 = \frac{0,3m + 0,7m}{V_{mup}} ; P_2 = \frac{m}{0,3V_{up} + 0,7V_{up}}$$

~~масса в воздухе 1: $P_{air} 0,3m = V_{air}$
 масса в воде 1: $P_{water} 0,7m = V_{water}$~~

$$P = \frac{m}{V} \quad (m = PV)$$

$$P = \frac{m}{V} \quad (V = \frac{m}{P})$$

$$P = \frac{P_1 0,3V + P_2 0,7V}{V} \quad (P = \frac{P_1}{P_2})$$

~~масса в воздухе 2: $\frac{0,3m}{P_{air}} = V_{air}$
 масса в воде 2: $\frac{0,7m}{P_{water}} = V_{water}$
 масса в воздухе 1: $\frac{0,3m}{P_{air}} = V_{air}$
 масса в воде 1: $\frac{0,7m}{P_{water}} = V_{water}$
 масса в воздухе 2: $\frac{0,3m}{P_{air}} = V_{air}$
 масса в воде 2: $\frac{0,7m}{P_{water}} = V_{water}$~~

-S

+S=0