



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-73-11-13

N1

Дано:

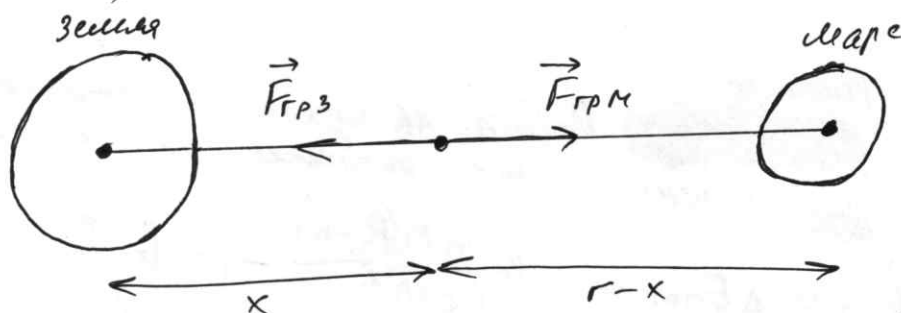
$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ (кг)}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ (кг)}$$

$$r = 54,6 \cdot 10^9 \text{ (м)}$$

$x = ?$

Пусть x - расстояние от Земли до точки Лангранжа,
тогда расстояние от Марса до этой точки равно:
 $(r - x)$.



Т.к. в точке Лангранжа гравитация Земли уравновешивается гравитацией Марса, то можно записать равенство:

$$F_{ГрЗ} = F_{ГрМ}$$

$$G \frac{M_3}{x^2} = G \frac{M_M}{(r-x)^2}$$

$$\frac{M_3}{x^2} = \frac{M_M}{(r-x)^2}$$

$$\frac{6 \cdot 10^{24}}{x^2} = \frac{6,4 \cdot 10^{23}}{(54,6 - x)^2}$$

$$6,4x^2 = 60(2981,16 - 109,2x + x^2)$$

$$6,4x^2 = 178869,6 - 6552x + 60x^2$$

$$53,6x^2 - 6552x + 178869,6 = 0$$

$$D = (6552)^2 - 4 \cdot 53,6 \cdot 178869,6 \approx 4579061$$

$$x_{1,2} = \frac{6552 \pm 2139,9}{107,2}$$

$$x_1 = 41,16 \text{ млн км}$$

$$x_2 = 81 \text{ (не подходит, т.к. } x_2 > r)$$

Получили, что точка Лангранжа находится на расстоянии 41,2 млн км от Земли.

Ответ: Точка Лангранжа находится на расстоянии 41,2 млн км. от Земли.

N2.

$$mg = F_{\text{гп}} \\ mg = v_{\text{гп}} \frac{m M_{\text{м}}}{R_{\text{м}}^2} \Rightarrow g_{\text{м}} = v_{\text{гп}} \cdot \frac{M_{\text{м}}}{R_{\text{м}}^2} = 6,67 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23}}{3430000^2} \approx \\ = 3,6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$$

Ускорение свободного падения на поверхности Марса приблизительно равно $g_{\text{м}} = 3,6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$

Ответ: $3,6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$

N4

Дано: $h = 3430 \text{ (км)}$
 $R_{\text{м}} = 3430 \text{ (км)}$
 $\frac{A_1}{A_2} = ?$

Решение: РАБОТА НА ПОДЪЕМ СПУТНИКА РАВНА ИЗМЕНЕНИЮ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ СПУТНИКА:

$$1) A_1 = \Delta E_{\text{пот}} = - \int \frac{m M_{\text{м}} (R+h)}{(R+h)^2} - \left(- G \frac{m M_{\text{м}} R_{\text{м}}}{R_{\text{м}}^2} \right) = \\ = \int \frac{m M_{\text{м}}}{R_{\text{м}}} - \int \frac{m M_{\text{м}}}{R+h} = \int m M_{\text{м}} \left(\frac{1}{R_{\text{м}}} - \frac{1}{R+h} \right) = \\ = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \text{м} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \cdot \left(\frac{1}{3430000} - \frac{1}{3430000+3430000} \right) = \\ = 6222740 \text{ м спутника.}$$

2) $A_2 = \frac{m v^2}{2}$ - энергия, которая требуется для запуска спутника.
 3) Решением II 3-х Ньютона для спутника на орбите:

$$m a_{\text{ц}} = F_{\text{гп}} \\ \frac{m v^2}{R+h} = \int \frac{m M}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{m v^2}{2} = \int \frac{m M}{2(R+h)} = \\ = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \text{м} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{2 \cdot (3430000 \cdot 2)} \approx 3111370 \text{ м спутника.} = A_2.$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{6222740 \cdot \text{м спутника}}{3111370 \cdot \text{м спутника}} = 2.$$

Ответ: 2.

$$t_{\text{полета}} = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \cdot 10^3 \text{ м}}{12000 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 4550000 \text{ (с)}$$

Ответ: 4550000 (с)



**Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»**

Шифр A-73-11-13

~~11/11~~ N3

$$\begin{aligned} v &= 10 \left(\frac{\text{км}}{\text{с}} \right) \\ m_0 &= 2 \cdot 10^{-5} (\text{кг}) \\ S &= 49 \text{ м}^2 \\ \Delta F_{\text{тяж}} &= ? \end{aligned}$$

1) Так как поперечное сечение корабля $S = 49 \text{ м}^2$, то пройдя один метр в космическом пространстве он столкнется с 49 микрометеорами, т.к. по условию задачи в одном м^3 содержится один метеор. $n = 49$.

2) ~~Рассмотрим~~ Рассмотрим силу тяги, которую корабль
должен иметь, без столкновений с микрометеорами:

$$F_{\text{res}} = \frac{A}{S} = \frac{\frac{Mv_0^2}{2}}{S} = \frac{Mv_0^2}{2S}$$

3) Т.к. корабль сталкивается с метеороидом, то ~~обеспечивая~~ он передаёт или часть энергии, поэтому, чтобы корабль рванулся ~~на~~ с меньшей скоростью V_0 , ~~он должен разогнаться~~ ~~до скорости~~ V_2 , значит нужно разбивать большую скорость V_2 . Запишем закон сохранения импульса для частицы корабля: $MV_2 = n \cdot m_0 V + \frac{M V_0^2}{2}$, где V - скорость метеороидов.

Записал закон сохранения энергии:

$$\frac{Mv_2^2}{2} = h \cdot \frac{m_0 v^2}{2} + \frac{Mv_0^2}{2}$$

$$\frac{Mv_2}{2} = h \cdot \frac{1}{2} + \frac{h v_0}{2}$$

$$Mv_2^2 = h \cdot m_0 v^2 + Mv_0^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Mv_2^2 - Mv_0^2}{h m_0}} =$$

For y-axis, $MV_2 = n \cdot m_0 \cdot \sqrt{\frac{M^2 v_2^2 - M^2 v_0^2}{n m_0}} + Mv_0$

Болу-ни,