



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-36/1-11-28

№1.

Дано:

$$r = 54,6 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$L_1 - ?$$

$$L_2 - ?$$

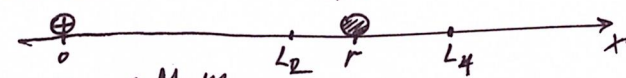
си:

$$54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

Решение

Земля

Марс



$$F_3 = G \frac{M_3 m}{L^2}$$

$$F_M = G \frac{M_M m}{(r-L)^2}$$

Т.к. в точке L $F_3 = F_M$ (по условию), тогда

$$G \frac{M_3 m}{L^2} = G \frac{M_M m}{(r-L)^2} \quad /: G m$$

Пусть в точке
Лагранжа L находится
тело массой m

$$\frac{M_3}{L^2} = \frac{M_M}{(r-L)^2}$$

$$M_3 (r-L)^2 = M_M L^2$$

$$M_3 (r^2 - 2rL + L^2) = M_M L^2$$

$$M_3 r^2 - 2rLM_3 + M_3 L^2 = M_M L^2$$

$$L^2 (M_3 - M_M) - 2rLM_3 + M_3 r^2 = 0$$

Подставим все известные величины в си и решим уравнение:

$$L^2 (6 \cdot 10^{24} - 6,4 \cdot 10^{23}) - 2 \cdot 54,6 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{24} L + 6 \cdot 10^{24} \cdot (54,6 \cdot 10^6)^2 = 0$$

$$5,36 \cdot 10^{24} L^2 - 6,552 \cdot 10^{32} L + 1,788696 \cdot 10^{40} = 0$$

$$L_1 \approx 8,1 \cdot 10^7 \text{ м}$$

$$L_2 \approx 4,1 \cdot 10^7 \text{ м}$$

Си-но, L_2 находится ближе к земле, L_1 - ближе к Марсу, а L_1 - дальше

Отв.: $L_1 = 8,1 \cdot 10^7 \text{ м}$; $L_2 = 4,1 \cdot 10^7 \text{ м}$

№2.

Дано:

$$R = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$g - ?$$

Решение

$F_T = G \frac{M m}{R^2}$, но по 2-му Ньютону $F_T = ma$, $a = g$, тогда

$$\begin{cases} F_T = G \frac{M m}{R^2} \\ F_T = mg \end{cases}$$

$$G \frac{M m}{R^2} = mg$$

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(3430 \cdot 10^3)^2} \approx 3,6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Отв.: $g = 3,6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-36/1-11-28

№3.

Дано:

м:

$$v = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\frac{N}{V} = 1 \text{ м}^{-3}$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$v_k = v_k' = v$$

$$S = 49 \text{ м}^2$$

$$\Delta F = ?$$

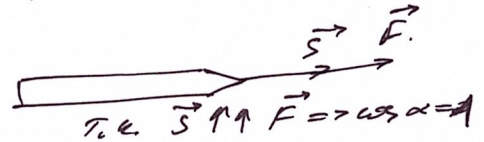
Решение

~~По 3-му сохр. энергии с учетом совершенной работы;~~

По т. о кинетической энергии:

$$\Delta E_{\text{кк}} = A$$

$$\frac{m_k v_k^2}{2} - \frac{m_k' v_k'^2}{2} = \Delta F \Delta S \cos \alpha$$



Пусть $m_k = m$, тогда $m_k' = m + m_m$, т.к. удар неупругий

$$\frac{(m+m_m)v^2}{2} - \frac{m v^2}{2} = \Delta F \Delta S \cdot 1/2$$

Пусть корабль прошел $\Delta S = 1 \text{ м}$, тогда т.к. $S = 49 \text{ м}^2$, $\rho = \frac{N}{V} = \frac{N}{S \cdot \Delta S}$

~~$S =$~~ $N = \rho S \Delta S = 1 \cdot 49 \cdot 1 = 49$, тогда к кораблю прилипнет 49 микро-медиумов, т.е. $m_m = 49 m_0$

$$-mv^2 + (m + 49m_0)v'^2 = \Delta F \Delta S$$

$$mv^2 - mv^2 + 49m_0 v^2 = 2 \Delta F \Delta S$$

$$2 \Delta F \Delta S = 49m_0 v^2$$

$$\Delta F = \frac{49m_0 v^2}{2 \Delta S}$$

$$\Delta F = \frac{49 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (10^4)^2}{2 \cdot 1} = 49000 \text{ Н} = 49 \text{ кН}$$

Отв: ~~49 кН~~ на 49 кН на каждый 1 м пути

№4.

Дано:

м:

$$r = 3430 \text{ км}$$

$$3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$R_m = 3430 \text{ км}$$

$$3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$A_1 = ?$$

$$A_2 = ?$$

Решение

$$A_1 = -\Delta F_T h$$

$$\Delta F_T = G \frac{Mm}{(R+h)^2} - G \frac{Mm}{R^2} = GmM \left(\frac{1}{(R+h)^2} - \frac{1}{R^2} \right) = \frac{mGM(R^2 - (R+h)^2)}{R^2(R+h)^2}$$

$$A_1 = \frac{mGM((R+h)^2 - R^2)}{R^2(R+h)^2}$$

$$A_2 = E_k$$

$$A_2 = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{GM}{R}} - \text{такая космическая скорость}$$

$$A_2 = \frac{mGM}{2R}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-36/1-11-28

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{m_1 M ((R+h)^2 - R^2) \cdot 2R}{R^2 (R+h)^2 \cdot m_1 M} = \frac{2((R+h)^2 - R^2)}{R(R+h)^2} = \frac{2(R^2 + 2Rh + h^2 - R^2)}{R(R+h)^2} =$$

$$= \frac{2(2Rh + h^2)}{R(R+h)^2}$$

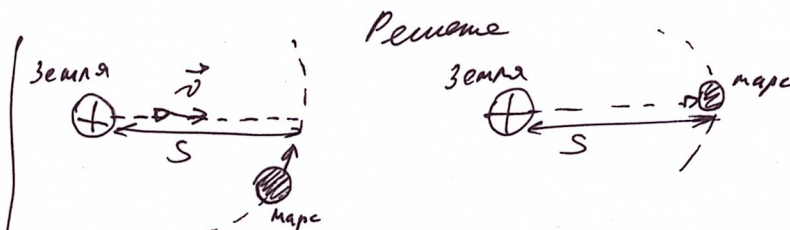
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2 \cdot (2 \cdot 343 \cdot 10^4 \cdot 343 \cdot 10^4 + (343 \cdot 10^4)^2)}{343 \cdot 10^4 (343 \cdot 10^4 + 343 \cdot 10^4)^2} = 3$$

Ответ: 3.

№5.

Дано:

$v = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}}$	или:	$12 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$S = 54,6 \cdot 10^9 \text{ км}$		$54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$
$t = ?$		



Время, которое тратится на разгон и остановку ракеты и расстояние на которых это происходит пренебрежимо мало,

тогда $S = vt \Rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^9}{12 \cdot 10^3} = 4550000 \text{ с} \approx 1263,9 \text{ ч.}$

$\approx 56,66 \text{ дней}$

Ответ: $t \approx 56,66 \text{ дня.}$