



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 71-10-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	7	12	13	14	10	10	—	—	66

Вариант 1

1/1

Т.к. знаменатель состоит только из 10, имеет смысл рассмотреть те множители в числителе, которые делятся на 2, 5 или 10.

Для начала рассмотрим числа 10, 20, 30, ..., 80 — 8 штук. Каждое сократим на 10. Тогда знаменатель сразу сократится на 10^8 . Теперь рассмотрим числа 5, 15, 25, ..., 75 — 8 штук, аналогично сократим знаменатель на 5^8 . Важно, что ни одно из этих восьми чисел не делится на 2.

Рассмотрим множители из $80!$, которые делятся на 5: 5, 10, 15, ..., 75, 80. Всего их 16 штук. Сократим их, и наш знаменатель сократится на 5^{16} . Рассмотрим множители, кратные 2-м. Для каждой степени двойки запишем числа, которые были ей кратны (и их количество):

2^6	64	1
2^5	32, 64	2
2^4	16, 32, 64, 80	4
2^3	8, 16, ..., 72, 80	8
2^2	4, 8, 12, ..., 76, 80	20
2^1	2, 4, 6, ..., 78, 80	40

Всего

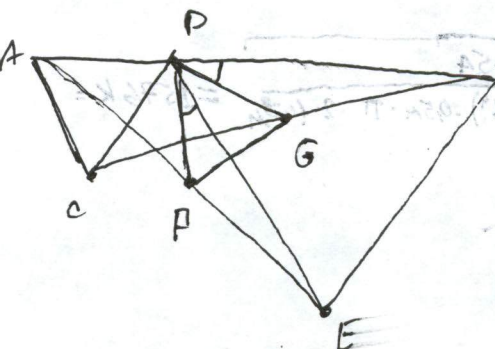
Т.к. например число $2^6 = 64$ встречается в таблице 6 раз, то и знаменатель сократится на 2^6 . Поэтому общее сокращение отсюда это 2^{78} . Т.е. при разложении числа $80!$ на простые множители в нем будет 78 двоек.

Получается искомое число:

$$a = \frac{10^{80}}{5^{16} \cdot 2^{78}} = \frac{10^{80}}{10^{16} \cdot 2^{62}} = \frac{10^{64}}{2^{62}} = 2^2 \cdot 5^{64} = 4 \cdot 5^{64}$$

Ответ: $4 \cdot 5^{64}$

1/3



D-60°:

$$\angle BPC = 180^\circ - \angle ADC = 120^\circ$$

$$\angle ADE = 180^\circ - \angle BDE = 120^\circ = \angle ADC$$

$$AD = CD = 2; DE = DB = 5$$

$$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle ADB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AE = CB \Rightarrow FE = GB = \frac{1}{2} AE$$

$$\angle FED = \angle CBD;$$

$$DE = DB.$$

$$DE = DB; FE = GB; \angle FED = \angle CBD \Rightarrow \triangle FED = \triangle GBD$$

Отсюда $FD = GB$ — равнобедренный,

$$\angle PDE = \angle GDB$$

$$\text{Также } \angle GDB + \angle EDG = 60^\circ (\angle DEB) \Rightarrow \angle FDE + \angle EDG = 60^\circ = \angle PDG \Rightarrow \triangle FDE = \triangle GDB \text{ — равнобедренный}$$

равнобедренный

Каждый DF.

$\triangle ADE$: $\angle D = 120^\circ$ по т. косинусов: $AE = \sqrt{2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{39} \Rightarrow AF = \frac{1}{2} AE = \frac{\sqrt{39}}{2}$

$\triangle ABE$: по т. косинусов: $EB^2 = AB^2 + AE^2 - 2 \cdot AB \cdot AE \cdot \cos \angle BAE$
 $\cos \angle BAE = \frac{EB^2 - AB^2 - AE^2}{-2 \cdot AB \cdot AE} = \frac{5^2 - 7^2 - 39}{-2 \cdot 7 \cdot \sqrt{39}} = \frac{63}{14\sqrt{39}}$

$\triangle ADF$: по т. косинусов: $DF = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{39}}{2}\right)^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{39}}{2} \cdot \cos \angle BAE} = \sqrt{\frac{55}{4} - \frac{63}{7}} = \sqrt{\frac{19}{4}} = \frac{\sqrt{19}}{2}$

Ответ: $DF = \frac{\sqrt{19}}{2}$

№5

Рассмотрим этап $0 \rightarrow 1$

$v_{0y} = 10 \frac{m}{c} \cdot \sin 30^\circ = 5 \frac{m}{c}$ ($v_1 = v_0 + at$)

$t_{\text{ног}} = t_1 = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{5 \frac{m}{c}}{10 \frac{m}{c^2}} = 0,5 c$

Тогда $h = 5 \frac{m}{c} \cdot 0,5 c - \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot (0,5 c)^2}{2} = 1,25 m$

$h = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}$

$S_{0x} = v_x \cdot t_{01} = 10 \frac{m}{c} \cdot 0,5 c \cdot \cos 30^\circ \approx 4,33 m$

Тогда $S_{12} = S - S_{0x} = 5,196 m - 4,33 m = 0,866 m$

Т.к. $v_x = v_0 \cdot \cos 30^\circ = 9,06 \frac{m}{c}$, то $t_{12} = 0,866 m : (5 \sqrt{3} \frac{m}{c}) = 0,1 c$

Тогда: $g_A = \frac{2h}{t_{12}^2} \cdot g = \frac{2 \cdot 1,25 m}{0,1^2} = 250 \frac{m}{c^2}$

Ответ: $250 \frac{m}{c^2}$

№6

$W = \sigma T^4$ - энергия c/m^2 за $1c$. Отсюда $\sigma T^4 \cdot S$ - энергия всего тела за $1c$, т.е. мощность

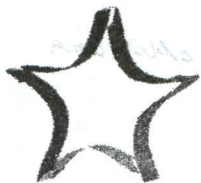
С другой стороны мощность $N = UI$.

следовательно: $\sigma T^4 S = UI$, $S = c \cdot \pi d$ (площадь торуса (по формуле) провода пренебрежен)

$\sigma T^4 c \pi d = UI$

$T = \sqrt[4]{\frac{UI}{\sigma c \pi d}}$ $T = \sqrt[4]{\frac{220 B \cdot 5 A}{5,67 \cdot 10^{-8} (W/m^2 \cdot K^4) \cdot 0,5 m \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^{-3} m}} \approx 1576 K = \approx 1300^\circ C$

Ответ: $1300^\circ C$

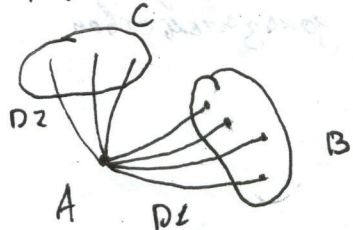


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Лист 2

Шифр 71-10-02

Рассмотрим произвольного детеныша А. У него два деду: D1 и D2
~~Все~~ каждая из оставшихся обезьянок будет связана с А либо
 через D1 (ли-во B) либо через D2. (ли-во E) Изобразим граф I (схематично)



Если ~~все~~ $B \equiv C$, то у какой обезьяны уже
 есть два деду D1 и D2. Тогда у ~~каждой~~ ~~каждой~~ из каж-
 дой будет ~~по крайней мере~~ ~~по~~ $\frac{80-2}{2} = 39$ внуков, что больше 54

Если $B \neq C$, то рассмотрим какую-либо обезьянку
 P такую, что $P \notin (B \cup C)$, $P \in B$, т.е. P-внук D1 но не внук D2.
 Тогда P должна иметь другого деду (пусть D3), т.е.
 она имеет одного деду D1 со всеми обезьянками из

B и не имеет общего деду со всеми обезьянками из C. Но тогда
 все обезьянки из C имеют одного общего деду D3 с P, т.е. уже
 имеют двух дедов D3 и D1. Откуда каждая обезьяна входящая в B
 и не входящая в C будет связана с каждой обезьяной из C и не входящей
 в B через D3. Но тогда у каждой обезьяны уже есть 2 деду
 D1, D2 или D3; т.е. всего может быть не более трех дедов. Если дедов
 трое, то у одного из них будет по крайней мере $\frac{80-2}{3} = 53,3 \Rightarrow 54$ внука
 (по принципу Дирихле)
 - Доказано

~~По моему мнению в условии ошибка ("более 29 ребер", считая
 должно быть "не более", т.е. иначе задача имеет бесконечно много ответов).
 В любом случае, решу и так и так.~~

I. как в условии ~~м~~ в кружке по математике, V-робототехники

$$\begin{cases} m+v > 29 \Rightarrow 29-m < v \\ m-2 > 3v \\ 3m > 2v+60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1) 29-m < v \\ 3m > 2v+60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m > 58-2m+60; 5m > 142; m > 28,4 \\ 2) \end{cases}$$

~~По условию задачи в условии~~

~~Я бы решил и так и так, но не хочу, т.к. ответов слишком много, потому что это докажу. М. ходят на математику, V - робототехнику~~

$$\begin{cases} m+v > 29 \\ m-2 > 3v \\ 3m > 2v+60 \end{cases}$$

~~пара чисел $m=25, v=5$ подходит в этом можно убедиться. Но тогда подходят и любые пары, где $v=5, m \geq 25$, т.е. при росте m , левые части всех неравенств также увеличиваются при неизменных правых, что никогда не~~

~~нарушит неравенства. Аналогично и для $v=5$. Т.е. для любого v ответов будет не буду утруждать себя доказательствами для всех v . Ответов бесконечно много - Абсурд.~~

Если же я прав, то система имеет вид:

$$\begin{cases} m+v \leq 29 \\ m-2 > 3v \\ 3m > 2v+60 \end{cases}$$

✓2

Пусть m ходят на математику, v - на робототехнику
Пирешем условие 1 вида системы

$$\begin{cases} m+v > 29 \Rightarrow m > 29-v \\ m-2 > 3v \Rightarrow v < \frac{m-2}{3} \\ 3m > 2v \\ 3m-2v < 60 \Rightarrow 3m < 60+2v \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} m > 29-v \\ 3m < 60+2v \end{cases} &\Rightarrow 87-3v < 60+2v \\ &27 < 5v \\ &\underline{v \geq 6} \end{aligned}$$

$$2) \begin{cases} v \geq 6 \\ m > 29-v \end{cases} \Rightarrow \underline{m \geq 24}$$

$$\begin{aligned} 3) \begin{cases} v < \frac{m-2}{3} \\ 3m < 60+2v \end{cases} &\Rightarrow 9m < 180+2m-4 \\ &7m < 176 \\ &\underline{m \leq 25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &\geq 24 \\ m &\leq 25 \text{ значит} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 25 \text{ или } 24 \\ v &\geq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{при } m=25: \\ 75-2v &< 60 \\ v &\geq 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{но тогда } m-2=23 \\ 3v &\geq 24 \Rightarrow m-2 \not> 3v \end{aligned}$$

- противоречие отсюда $m=24$

при $m=24$:
при $v=7$ все сходится
(проверка)

Ответ: 24