



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-59-11-45

Задача 2

Дано:

$$R = 3430 \text{ км} = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

Найти:

$a = ?$

m - масса тела на поверхности Луны,
 a - ускорение свободного падения на
поверхности Луны

$$F = G \frac{mM}{R^2}$$

~~$$ma = G \frac{mM}{R^2}$$~~

$$ma = G \frac{mM}{R^2} \quad | : m$$

$$a = G \frac{M}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 10^3)^2 \text{ м}^2} = 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $a = 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Задача 1

Дано:

$$r = 59,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$x = ?$



$$F_3 = F_M$$

$$G \frac{M_3 m}{x^2} = G \frac{M_M \cdot m}{(r-x)^2} \quad | : Gm$$

$$\frac{M_3}{x^2} = \frac{M_M}{(r-x)^2} \quad | \sqrt{\quad} \quad \frac{\sqrt{M_3}}{x} = \frac{\sqrt{M_M}}{r-x}$$

$$\sqrt{M_3} r - \sqrt{M_3} x = \sqrt{M_M} \cdot x$$

$$x(\sqrt{M_3} + \sqrt{M_M}) = \sqrt{M_3} \cdot r$$

$$x = \frac{\sqrt{M_3} \cdot r}{\sqrt{M_3} + \sqrt{M_M}} = \frac{\sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}} \cdot 59,6 \cdot 10^9 \text{ м}}{\sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}} + \sqrt{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}} = 9,116 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

Ответ: точка

находится на расстоянии

$9,116 \cdot 10^{10} \text{ м}$ от
центра Земли.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-59-11-45

Дано:

$$v = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$S = 59,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$t = ?$

Задача 5

$$t = \frac{S}{v} = \frac{59,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \frac{\text{км}}{\text{с}}} = 4550000 \text{ с}$$

Ответ: $t = 4550000 \text{ с}$.

Задача 3

Дано:

$$v = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$b = 1 \frac{\text{мм}}{\text{м}^3}$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$S = 49 \text{ м}^2$$

$F = ?$

~~$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$~~

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Δp — уменьшение импульса корабля, равное импульсу, impartенному.

$\Delta p = m v$, m — масса всех микрометров, ударяющихся в корабль за Δt

$m = m_0 n$, n — количество микрометров

$n = b \cdot \Delta V$, ΔV — объем облака, через которое проходит корабль

$\Delta V = S \cdot L$, L — путь, который прошел корабль

$$L = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta V = S v \Delta t \Rightarrow n = b S v \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = m_0 b S v \Delta t, \text{ тогда } \Delta p = m_0 b S v^2 \Delta t$$

Подставляем:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_0 b S v^2 \Delta t}{\Delta t} = m_0 b S v^2 =$$

$$= 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot 1 \frac{\text{мм}}{\text{м}^3} \cdot 49 \text{ м}^2 \cdot \left(10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = 98000 \text{ Н} = 98 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Ответ: $F = 98 \cdot 10^3 \text{ Н}$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр

A59-11-45

Задача 4

~~Дано: масса планеты M, радиус R, высота h~~

Дано:

$$h = 3930 \text{ км} =$$
$$= 3930 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$R_M = 3930 \text{ км} =$$
$$= 3930 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

$$A_1 = \Delta E_1 = G \frac{mM}{R} - G \frac{mM}{R+h} =$$

$$= GmM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right) = GmM \left(\frac{R+h-R}{R(R+h)} \right) =$$

$$= \frac{GmMh}{R(R+h)}$$

$$A_2 = \Delta E_2 = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{R+h}} \Rightarrow A_2 = \frac{GmM}{2(R+h)}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{GmMh \cdot 2(R+h)}{R(R+h) \cdot GmM} = \frac{2h}{R} = \frac{2 \cdot 3930 \cdot 10^3 \text{ м}}{3930 \cdot 10^3 \text{ м}} =$$

$$= 2$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2.$