



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Ю-ЕН-11-003

Задание	1	2	3	4	5				
Баллы	10	13	12	-	10	10	10	0	65

Вариант 2

N1.

$$4\sqrt{2-\log_3 x} - 3|2\log_3 x - 5| \leq 4\log_3 x - 3|2\sqrt{2-\log_3 x} - 5|$$

$$\text{Ор: } \begin{cases} x > 0 \\ 2 - \log_3 x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$4\sqrt{2-\log_3 x} + 3|2\sqrt{2-\log_3 x} - 5| \leq 4\log_3 x + 3|2\log_3 x - 5|$$

$$\text{Пусть } f(t) = 4t + 3|2t - 5|$$

$$\text{Тогда: } f(\sqrt{2-\log_3 x}) \leq f(\log_3 x).$$

↑-и возрастающие ⇒

$$\Rightarrow \text{равносильно: } \sqrt{2-\log_3 x} \leq \log_3 x. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1) \begin{cases} 2 - \log_3 x \geq 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \log_3 x \geq 0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2 - \log_3 x \leq \log_3^2 x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x \geq 1 \\ x = 3 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ (+ x уровн. ор.)}$$

$$(3). \log_3^2 x + \log_3 x - 2 \geq 0$$

$$\begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

Ответ: 3.

N2.

Нет нулевой суммы цветов ⇒

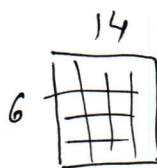
⇒ Ч и Б не стали парами.

Возьмем Ч и Б за 1 цвет, тогда эти цвет должен чередоваться с С

$$P = \frac{\text{корр}}{\text{все вар}} = \frac{2 \cdot 2^{42}}{3^{84}} = \frac{2^{43}}{3^{84}}$$

Ответ: $\frac{2^{43}}{3^{84}}$

БСЧ.

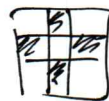


$$6 \cdot 14 = 84. \\ 60 + 24$$

БСЧ



$$2^{\frac{84}{2}} = 2^{42}$$



$$2^{\frac{84}{2}} = 2^{42}$$

N 3

$$f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b$$

$$f(x) > 0$$

$$ax^2 + (3a+1)x + b > 0 \quad \cup$$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ D \leq 0 \end{cases}$$

$$D = (3a+1)^2 - 4ab \leq 0$$

$$9a^2 + 6a + 1 - 4ab \leq 0$$

направим, т.к. нужно найти значение $b = \frac{(3a+1)^2}{4a} \Rightarrow 4a+b = 4a + \frac{(3a+1)^2}{4a} = g(a)$ - наим. знач.

$$g(a) = \frac{16a^2 + 9a^2 + 6a + 1}{4a} = \frac{25a^2 + 6a + 1}{4a}$$

$$g'(a) = \frac{(50a+6) \cdot 4a - 4(25a^2 + 6a + 1)}{16a^2} = \frac{200a^2 + 24a - 100a^2 - 24a - 4}{16a^2} = \frac{100a^2 - 4}{16a^2}$$

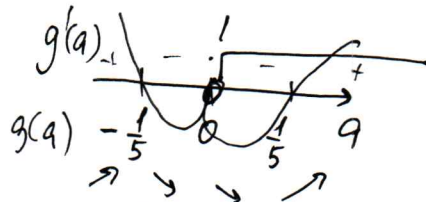
$$= \frac{100a^2 - 4}{16a^2} = \frac{(5a-1)(5a+1)}{4a^2}$$

экстремум:

$$a = \frac{1}{5}$$

$$a = -\frac{1}{5}$$

$a = 0$ - крит. точка



$a = \frac{1}{5}$ - точка минимума и в отрезке $(0; +\infty)$
 $g(\frac{1}{5})$ - принимает наим. значение, т.к. g' в $\frac{1}{5}$ g' убывает, а после возрастает.

$4a+b = ?$

Ответ: $\frac{1}{5}$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

10-ЕМ-11-003

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

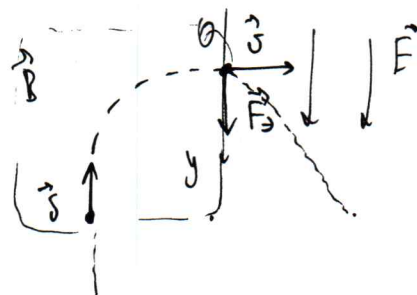
№ 5

Дано:

m, q, h, B, E
 $t_h = ?$

Решение:

когда частица попадает
в магнитное поле, она начинает
дв-е по окружности $\Rightarrow$ кинематическая
точка её полёта $H_{\max} = h + R$



радиус окр-ли, по к-й частица
двигается в магнитном поле.

① Пусть v - скорость, с к-й частица влетает в магн. поле
По II закону Н: $\vec{F}_n = m\vec{a}$

$$Bq v = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{Bq}$$

② В момент когда частица влетает в магнитное поле,
на неё начинают действовать $\vec{F}_3$.

По II закону Н: По y : $\vec{F}_3 = m\vec{a}$

$$E \cdot q = ma \Rightarrow a = \frac{Eq}{m}$$

③ ~~точка будет дв-е~~ частица движется равноускоренно $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ расстояние $S = R$ пройдет

$$R = \frac{at_2^2}{2} = \frac{Eq \cdot t_2^2}{2m} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2mR}{Eq}} = \sqrt{\frac{2m \cdot \frac{mv}{Bq}}{Eq}} = \frac{m}{q} \cdot \sqrt{\frac{2v}{E}}$$

$$⑤. t_h = t_1 + t_2 = \frac{\pi R}{2v} + \frac{m}{q} \cdot \sqrt{\frac{2v}{E}} = \frac{\pi R q + 2m \sqrt{2v}}{2v q}$$

$\vec{F} = ?$

через BC не найти
т.к. Асинхронность = 0.
и о движении до магн.
поля ничего не написано
я не могу утверждать,
что $\frac{mv^2}{2} = mgh$ и $v = \sqrt{2gh}$.

Ответ: $\frac{\pi R q + 2m \sqrt{2v}}{2v q}$

N6

Дано:

$$C = 500 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$R_1 = 20 \text{ Ом} = 2R$$

$$R_2 = 100 \text{ Ом} = R$$

$$R_3 = 40 \text{ Ом} = 4R$$

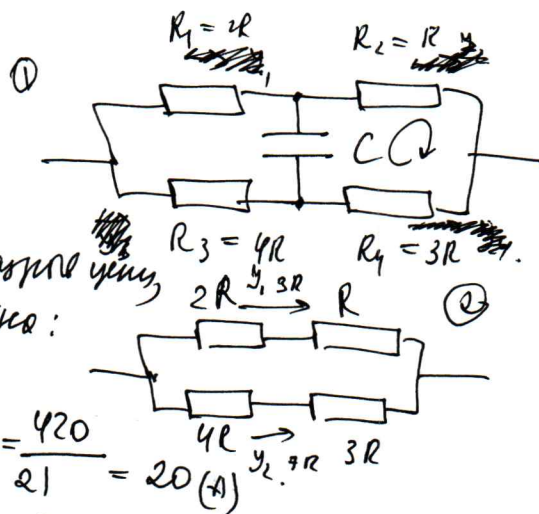
$$R_4 = 30 \text{ Ом} = 3R$$

$$U_0 = 420 \text{ В}$$

Q - ?

Решение:

1. Рассмотрим момент, когда конденсатор заряжен, пара электродов и цепи эквивалентно:



$$\Rightarrow R_0 = \frac{21R}{10} \Rightarrow Y_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{420}{21} = 20 \text{ (А)}$$

~~Дано: 10 - напряжение, криволинейно~~

$$Y_2 + Y_4 = Y_0 \quad \leftarrow \text{через соединительные моменты}$$

$$Y_2 R_2 = Y_4 R_4 \quad \leftarrow \text{напряжения}$$

$$Y_2 = 15 \text{ (А)} \quad Y_4 = 5 \text{ (А)}$$

$$2. Y_1 = \frac{Y_0 \cdot 4}{10} = 14 \text{ (А)} = Y_2$$

$$Y_2 = \frac{Y_0 \cdot 3}{10} = 6 \text{ (А)} = Y_4 \quad \leftarrow \text{через соединительные}$$

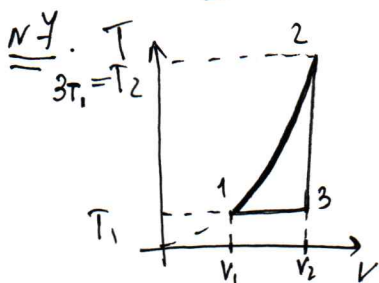
3. Возьмем в 1 член и по 2-му пр-му криволинейно:

$$Y_2 R_2 - Y_4 R_4 - \frac{q}{C} = 0.$$

$$-14 \cdot 10 + 6 \cdot 30 = \frac{q}{C} = 40$$

$$q = 40 \cdot C = 40 \cdot 500 \cdot 10^{-6} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ (Кл)} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ (Кл)}$$

Ответ: $2 \cdot 10^{-2} \text{ Кл}$.



$$1-2: T = k \cdot V^2 \quad \left(A_{12} = 3,64 \cdot A_{31} \right)$$

$$2-3: V = \text{const} \Rightarrow \frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$3-1: T = \text{const}$$

$$T_{\max} = 3 T_{\min}$$

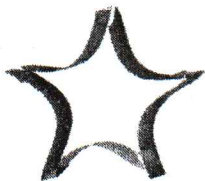
$$T_2 = 3 T_1 \Rightarrow (1) T_1 = k V_1^2 \quad (2) \frac{3}{1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} \Rightarrow V_2 = V_1 \sqrt{3}$$

$$\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}}$$

$$1-2: Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} V R \Delta T + 3,64 \cdot A_{31} - Q_1$$

$$2-3: Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{3}{2} V R (T_2 - T_1) = -\frac{3}{2} V R \Delta T - Q_2$$

$$3-1: Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} = -\frac{3}{2} V R \Delta T + A_{31} \quad P \neq \text{const} \Rightarrow A_{31} = V R T_1 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2} = V R T_1 \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{3}} = -V R T_1 \cdot \ln \sqrt{3}$$



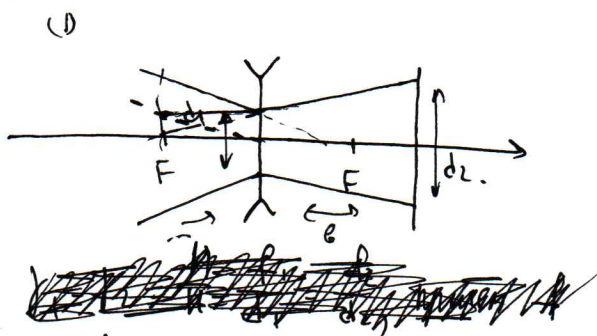
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

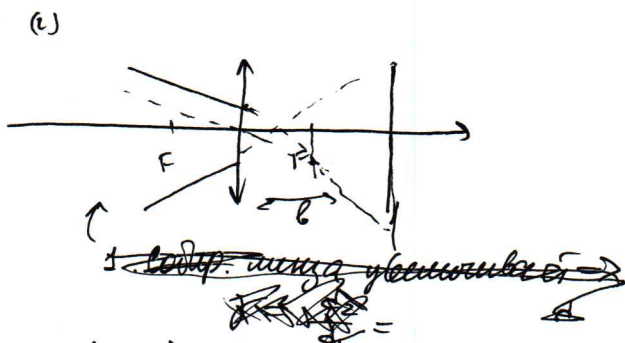
10-ЕМ-11-003

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2



$$(1) \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_1} = D_1, \text{ ~~невозможно~~$$

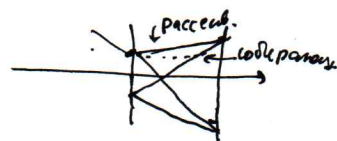


$$(2) \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2} = D_2$$

$$D_1 = D_2 \Rightarrow$$

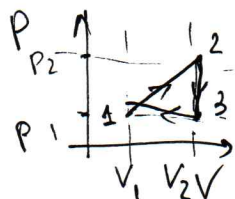
$$\Rightarrow (1) + (2): \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = D_2 - D_1$$

$$D_2 = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + D_1$$



н/д (продолж.)

переходим график в $P(V)$ коор.:



1-2: $T_1 \uparrow, V_1 \uparrow$

$$P_{12} = V R K V_1^2 \Rightarrow P_{12} = V R K V_2^2$$

2-3: $v = \text{const}, T \downarrow$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} \Rightarrow P \downarrow$$

3-1: $v \downarrow$ - по

(3-й шаг по).

$$P_3 V_3 = P_1 V_1$$

$$P_3 V_3 = P_1 V_1 \text{ (3-й закон Менделеева)}$$

$$P_1 = \frac{P_3 V_3}{V_1}$$

$$P_1 = \frac{P_3 V_3}{V_1}, V_3 > V_1 \Rightarrow P \uparrow$$

не очень то и помог мне график...

продолжим с Q.: что:

$$Q_{12} = \frac{c}{2} V R \cdot 2 T_1 + 3,64 \cdot V R T_1 \ln \sqrt{3} = \frac{c}{2} V R T_1 (2 + 3,64 \ln \sqrt{3}) - Q_4$$

$$Q_{12} = Q_{12} = \frac{c}{2} V R T_1 (2 + 3,64 \ln \sqrt{3})$$

$$Q_{12} = Q_{12} = \frac{c}{2} V R T_1 (2 + 3,64 \ln \sqrt{3})$$

$$Q_{23} = -\frac{c}{2} V R T_1 = -\frac{c}{2} V R T_1 - Q_4$$

$$Q_{31} = -V R T_1 \ln \sqrt{3} - Q_4$$

$$Q_{31} = -V R T_1 \ln \sqrt{3} - Q_4$$

- Q_4

$$Q_{12} = \frac{c}{2} V R T_1 (2 + 3,64 \ln \sqrt{3}) - Q_4$$

$$\eta = \frac{Q_u - Q_x}{Q_u} = \frac{\cancel{RT_1} (i + 3,64 \ln \sqrt{3}) - \cancel{i} - \ln \sqrt{3}}{\cancel{RT_1} (i + 3,64 \ln \sqrt{3})} = \frac{2,64 \ln \sqrt{3}}{i + 3,64 \ln \sqrt{3}}$$

Answer: $\frac{2,64 \ln \sqrt{3}}{i + 3,64 \ln \sqrt{3}}$