



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 18-10-37

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы	11	12	13	14	10	10	4	89

8

15

Вариант 1

№ 1

$\frac{80!}{10^{80}}$ Найдем в какой степени входят числа 2 и 5 в число $80!$.
Степень восхождения ~~числа~~ простого числа в $n!$ можно найти по формуле $\left[\frac{n}{p}\right] + \left[\frac{n}{p^2}\right] + \left[\frac{n}{p^3}\right] + \dots$, где $[x]$ — целая часть числа x .

Степень восхождения 2:

$$\left[\frac{80}{2}\right] + \left[\frac{80}{4}\right] + \left[\frac{80}{8}\right] + \left[\frac{80}{16}\right] + \left[\frac{80}{32}\right] + \left[\frac{80}{64}\right] = 40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 78$$

Степень восхождения 5:

$$\left[\frac{80}{5}\right] + \left[\frac{80}{25}\right] = 16 + 3 = 19$$

Значит $\frac{80!}{10^{80}} = \frac{2^{78} \cdot 5^{19} \cdot \frac{80!}{2^{78} \cdot 5^{19}}}{2^{80} \cdot 5^{80}} = \frac{\frac{80!}{2^{78} \cdot 5^{19}}}{4 \cdot 5^{61}}$

$\frac{80!}{2^{78} \cdot 5^{19}}$ — какое-то целое число не делящееся на 2 и 5, значит мы максимально сократили дроби

Ответ: $4 \cdot 5^{61}$

115.

№ 2

Пусть x — кол-во участников 1-ого кружка, y — кол-во участников 2-ого кружка. Тогда верны нер-ва

$$\begin{cases} x + y > 29 \\ x - 2 > 3y \\ 3x < 2y + 60 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y > 29 \quad (1) \\ x > 3y + 2 \quad (2) \\ 3x < 2y + 60 \quad (3) \end{cases}$$

Из нер-ва (3) и (2) получаем

$$3(3y + 2) < 3x < 2y + 60 \quad (3(3y + 2) < 3x \text{ из нер-ва 2 домножив на 3})$$

$$9y + 6 < 2y + 60$$

$$-H_{MAX} = \frac{-at^2}{2}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H_{MAX}}{a}}$$

$$L_2 = v_0 \cos \alpha t_1$$

$$L_1 + L_2 = L$$

$$\frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} + v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{2}{a} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}} = L$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + v_0 \cos \alpha \cdot v_0 \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{1}{ag}} = L$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{ag}} = L \quad | \cdot 2g$$

$$v_0^2 \sin^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha \cdot \sqrt{\frac{g}{a}} = 2Lg$$

$$\sqrt{\frac{g}{a}} = \frac{2Lg - v_0^2 \sin^2 \alpha}{v_0^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\sqrt{\frac{a}{g}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2Lg - v_0^2 \sin^2 \alpha}$$

$$a = \left(\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2Lg - v_0^2 \sin^2 \alpha} \right)^2 g = \left(\frac{100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{103,92 - 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \right)^2 \cdot 10 \approx$$

$$\approx \left(\frac{86,6}{103,92 - 86,6} \right)^2 \cdot 10 = \left(\frac{86,6}{17,32} \right)^2 \cdot 10 \approx 25 \cdot 10 = 250 \text{ m/s}^2$$

$$\pi D L$$

105

$$Q = UI t \quad 0,2 \quad 0,002 \text{ m}$$

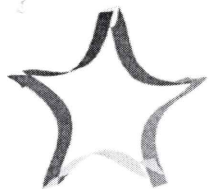
$$H = UI$$

$$UI =$$

$$\frac{\pi D^2}{4} L$$

$$T = \frac{4 \sqrt{UI}}{\pi D L} = \frac{220 \cdot 5}{3,14 \cdot 0,002 \cdot 0,5 \cdot 50}$$

$$\pi D L \cdot \delta T^4 = UI$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 18-10-37

N 6

$S = \pi D \cdot L$ - площадь с которой отдается тепло

$$P_{\text{отд}} = UI$$

Чтобы установилась постоянная температура мощность нагрева, должна быть равна мощности отдачи тепла. Тогда

$$\pi DL \cdot \sigma T^4 = UI$$

$$T^4 = \frac{UI}{\pi DL \cdot \sigma} = \frac{220 \cdot 5}{3,14 \cdot 0,002 \cdot 0,5 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}} = 10^{-2} \cdot \frac{220 \cdot 5 \cdot 10^8}{314 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 567} =$$

$$= 10^4 \cdot \frac{220 \cdot 5}{314 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 567} \approx \frac{10^4}{6} = \frac{10000}{6} = \frac{5000}{3} \approx 1667^\circ \text{C}$$

105

N 8

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin \beta} = 1,5$$

$$\sin \beta = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1,5} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Нужно найти точку пересечения
луча под углом β и луча 2

Пусть точка их пересечения имеет координаты $(x; y)$, тогда
 $y = 5 - x$, т.к. эта точка лежит на луче 2.

Найдем катеты прямоугол. треуго. с углом β

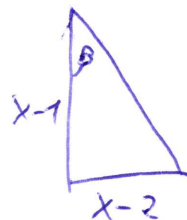
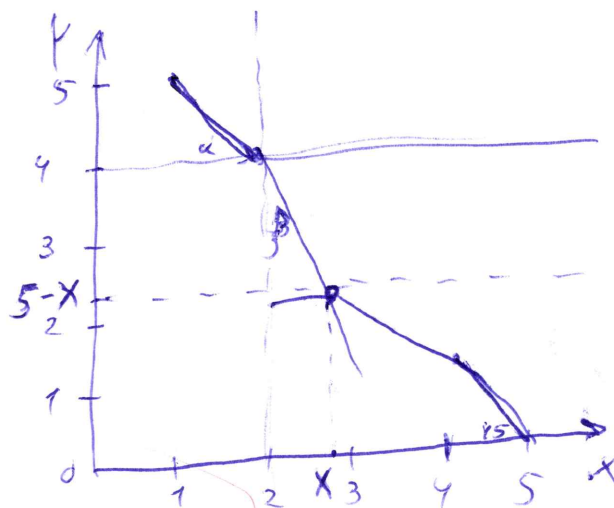
1-ый катет $x - 2$

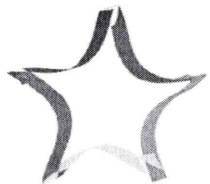
2-ой катет $y - (5 - x) = x - 1$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{\frac{7}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{\sqrt{7}}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

Из прямоугол. треуго. $\tan \beta = \frac{x-2}{x-1}$





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 18-10-32

и 8 (продолжение)

$$\frac{x-2}{x-1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$$

$$2(x-2)^2 = 2(x-1)^2$$

$$4x^2 - 28x + 28 = 2x^2 - 4x + 2$$

$$5x^2 - 24x + 26 = 0$$

$$D = 24^2 - 4 \cdot 5 \cdot 26 = 576 - 520 = 56$$

$$x_{1,2} = \frac{24 \pm \sqrt{56}}{10}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{14}}{5}$$

$$x > 2 \Rightarrow x = \frac{12 - \sqrt{14}}{5} - \text{не удовл. условиям}$$

$$x = \frac{12 + \sqrt{14}}{5}$$

Значит координаты точки пересечения

158

$$\left(\frac{12 + \sqrt{14}}{5}, \frac{13 - \sqrt{14}}{5} \right)$$

Значит ~~то~~ место пересечения нижней грани это прямая координатой

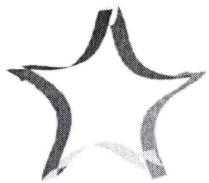
$$\frac{13 - \sqrt{14}}{5} \approx 1,85$$

и 4

Рассмотрим двудольный граф, где в первой доле 80 детей, во второй дедов. Будем соединять вершины ребрами, если они внук и дед друг для друга.

Пусть какой-то дед имеет дедов 1 и 2. Если все остальные имеют такие же дедов, то у деда 1 80 внуков, а значит хотя бы 54.

Запомним, что никакой внук не имеет двух друзей-дедов, иначе у него и первого дедушки нет общих дедов



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 18-10-37

п 4 (продолжение)

Теперь пусть какой-то другой детеныш имеет дедов 1 и 3. Заметим, что теперь или все имеют деда 1 или все имеют дедов 1, 2 ; 2, 3 ; 3, 1. Действительно, если кто-то имеет дедов 2 и 3, то

никаких других комбинаций дедов кроме 1, 2 ; 2, 3 ; 3, 1 быть не может иначе как минимум два детеныша не имеют общих дедов. Если кто-то имеет деда 1 и 4, то ~~никто не может иметь у всех~~ есть дед 1, иначе у этого детеныша не будет общих дедов ни с 1, 2 ни с 1, 3 ни с 1, 4.

В первом случае дедов всего 3. Тогда из первой флм выходит $18 \cdot 80 \cdot 2 = 160$ ребер Δ . Если у каждого деда менее 5 ч внуков, то из второй флм выходит не более $5 \cdot 3 = 159 < 160$. Противоречие, значит хотя бы у 1 деда 5 ч внуков.

Во втором случае у всех есть дед 1, а значит он имеет 60 внуков

145.

п 7

Для процесса 1-2-3-1

1-2:

$$A = 0$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} J R \Delta T = \frac{i}{2} J R (p_0 V_0 - p_0 V_0) = 1,5 p_0 V_0$$

$$Q_{12} = A + \Delta U = p_0 V_0 = 1,5 p_0 V_0$$

2-3:

$$A = 2 p_0 \cdot \Delta V = 2 p_0 V_0$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} J R \Delta T = \frac{i}{2} (4 p_0 V_0 - p_0 V_0) = 1,5 p_0 V_0$$

$$Q_{23} = 3,5 p_0 V_0 = 5 p_0 V_0$$

3-1

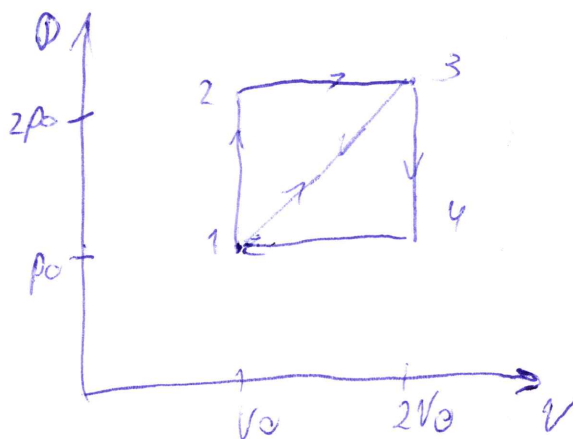
$$A = -1,5 p_0 V_0$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} J R \Delta T = \frac{i}{2} (-4 p_0 V_0 + p_0 V_0) = -1,5 p_0 V_0$$

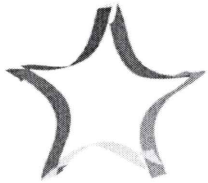
$$Q_{31} = -6 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{Q_{12}}{Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}} = \frac{5 p_0 V_0}{6 p_0 V_0} = \frac{5}{6}$$

$$\eta_1 = \frac{Q_{12}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{5}{6,5} = \frac{10}{13}$$



$$pV = JRT \Rightarrow JRT = (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 18-10-37

N 7 (продолжение)

Для процесса

1-3-4-1

1-3:

$$A = 1,5 p_0 V_0$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} J R \Delta T = 1,5 (2 p_0 V_0 - p_0 V_0) = 1,5 p_0 V_0$$

$$Q_H = A + \Delta U = 3 p_0 V_0$$

3-4:

$$A = 0$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} J R \Delta T = 1,5 (p_0 V_0 - 2 p_0 V_0) = -1,5 p_0 V_0$$

$$Q_X = -1,5 p_0 V_0 = -1,5 p_0 V_0$$

4-1

$$A = p_0 \Delta V = -p_0 V_0$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} J R \Delta T = 1,5 (2 p_0 V_0 - p_0 V_0) = 1,5 p_0 V_0$$

$$Q_X = -1,5 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{Q_X}{Q_H} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{1}{2}$$

40

