



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

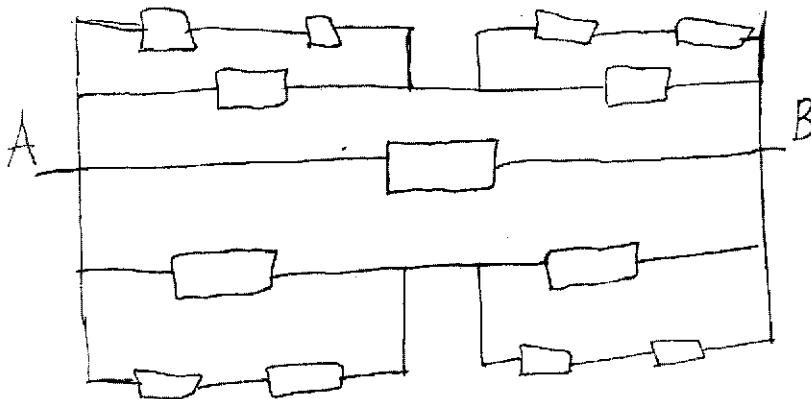
Лист 1.

шифр 29-09-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	0	12	12	X	10	15	X	61

Вариант 1

№ 7:



$$R = \frac{4}{10} \cdot R_0 = \frac{4}{10} \cdot 10 = 4 \Omega$$

Ответ: 4 Ом.

№ 2: 0

1 кассир

2 кассир

до обеда

75% - 0,75X

100% - X

после обеда

1,2X

X

итог дня - $0,75X + 1,2X = 2,95X < 250$

$$X < 84,7$$

$$X = 84$$

Ответ: 84.

№ 3: 2024 точки *

12 многогранников с точкой A будет столько же, сколько или способами можно выбрать еще от 2 до 2023 вершин из оставшихся 2023-X и без учета порядка выбора, т.е.

$$C_{2023}^2 + C_{2023}^3 + \dots + C_{2023}^{2023}$$

A многогранников без точки A будет столько же, сколько или способами можно выбрать от 3 до 2023 вершины без учета порядка выбора, т.е. $C_{2023}^3 + C_{2023}^4 + \dots + C_{2023}^{2023}$

Разница составит:

$$C_{2023}^2 = \frac{2023!}{2!(2023-2)!} = \frac{2023!}{2! \cdot 2021!} = \frac{2023 \cdot 2022}{2} = 2.045.253$$

Ответ: 2.045.253.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 29-09-07

лист 2.

$$\text{w 1: } \begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 3 = (x+z)^2 \\ z^2 + 4 = (x+y)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - (z+y)^2 = -2 \\ y^2 - (x+z)^2 = -3 \\ \text{или } z^2 - (x+y)^2 = -4 \end{cases}$$

Решим 1-ое уравнение относительно y , заменим $y+z = u$

$$x^2 - u^2 = -2$$

$$-u^2 = -2 - x^2$$

$$u^2 = 2 + x^2 \Rightarrow u_1 = \sqrt{x^2 + 2}; u_2 = -\sqrt{x^2 + 2}.$$

Обратная замена $u = y+z$.

$$y+z = \sqrt{x^2 + 2}$$

$$y+z = -\sqrt{x^2 + 2}$$

$$y = \sqrt{x^2 + 2} - z$$

$$y = -\sqrt{x^2 + 2} - z \text{ (отриц.)}$$

$$\begin{cases} y = \sqrt{x^2 + 2} - z \\ y^2 - (z+x)^2 = -3 \\ z^2 - (y+x)^2 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\sqrt{x^2 + 2} - z)^2 - (z+x)^2 = -3 \\ z^2 - (-2 + \sqrt{x^2 + 2} + x)^2 = -4 \end{cases}$$

Решим 1-е уравнение системы относительно z .

$$x^2 + 2 - 2\sqrt{x^2 + 2} \cdot z + z^2 - z^2 - 2xz - x^2 = -3$$

$$-2\sqrt{x^2 + 2} \cdot z - 2xz + 2 = -3$$

$$(-2\sqrt{x^2 + 2} - 2x) \cdot z = -5 \Rightarrow z = \frac{5}{2\sqrt{x^2 + 2} + 2x}.$$

Подставим во 2-ое

уравнение системы.

$$\frac{25}{(2\sqrt{x^2 + 2} + 2x)^2} - \left(-\frac{5}{2\sqrt{x^2 + 2} + 2x} + \sqrt{x^2 + 2} + x \right)^2 = -4$$

$$\text{Заменим } \sqrt{x^2 + 2} + x = v.$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 29-08-07

мет 3.
ш 1: $\frac{25}{4v^2} - \frac{(2v^2 - 5)^2}{4v^2} = -4$

$$5 - v^2 = -4$$

$$v^2 = 9 \Rightarrow v_1 = 3; v_2 = -3.$$

Обратная замена

$$\sqrt{x^2 + 2} + x = 3$$

$$\sqrt{x^2 + 2} + x = -3$$

$$\sqrt{x^2 + 2} = 3 - x$$

$$\sqrt{x^2 + 2} = -3 - x$$

$$x^2 + 2 = 9 - 6x + x^2$$

$$x^2 + 2 = 9 + 6x + x^2$$

$$6x = 7$$

$$6x = -7$$

$$x = \frac{7}{6}$$

$$x = -\frac{7}{6} \text{ (отпр.)}$$

При этом $-3 - x < 0$.

$$x = \frac{7}{6}, \text{ тогда } z = \frac{5}{2\sqrt{\frac{49}{36} + 2} + 2 \cdot \frac{7}{6}} = \frac{5}{2 \cdot \frac{11}{6} + \frac{7}{3}} = \frac{5}{6}.$$

$$x = \frac{7}{6}; z = \frac{5}{6}.$$

$$y = \sqrt{x^2 + 2} - 2 = \sqrt{\frac{49}{36} + 2} - \frac{5}{6} = \frac{11}{6} - \frac{5}{6} = 1.$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \frac{7}{6} \\ y = 1 \\ z = \frac{5}{6} \end{cases}$$



лист 4.

у4:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c; \quad g(x) = x^2 + 6x + 2024$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$f(x^2 + 6x + 2024) = (x^2 + 6x + 2024 - x_1) \cdot (x^2 + 6x + 2024 - x_2) \cdot (x^2 + 6x + 2024 - x_3)$$

$$x^2 + 6x + 2024 - x_k, \text{ где } k = 1, 2, 3.$$

~~$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 2024 \cdot x_k = 36 - 8096x_k$$~~

$$D = b^2 - 4(2024 - x_k) = 36 - 4 \cdot 2024 + 4x_k = 4x_k - 8060$$

$$4x_k - 8060 < 0$$

$$x_k < 2015$$

$$f(2024) = (2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3) > (2024 - 2015)(2024 - 2015)(2024 - 2015)$$

$$= 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729 \quad \text{г. м. г.}$$

у6:

Когда сосуд внесли в помещение, лёд начал таять, соответственно и объём воды изменился.

$$\Delta V = S \Delta h = 15 \cdot 5 = 75 \text{ см}^3 - \text{разница между объёмами.}$$

$$\Delta V = V_{\text{л.}} - V_{\text{в.}} = \frac{m_{\text{л.}}}{\rho_{\text{л.}}} - \frac{m_{\text{л.}}}{\rho_{\text{в.}}} \Rightarrow m_{\text{л.}} = \frac{\Delta V \cdot \rho_{\text{л.}} \cdot \rho_{\text{в.}}}{\rho_{\text{в.}} - \rho_{\text{л.}}} = \frac{75 \cdot 0,9 \cdot 1}{1 - 0,9} =$$

$$= 675 \text{ г.}$$

Получается, что конечный объём воды

$$\text{в сосуде} - \text{это } 115 + 75 = 190 \text{ см}^3$$

и начальная масса воды,

$$m_{\text{в.}} = \rho_{\text{в.}} V_{\text{к.}} - m_{\text{л.}} = 1 \cdot 190 - 675 = 122,5 \text{ г.}$$

Ответ: начальная масса воды - 122,5 г.

начальная масса льда - 675 г

