

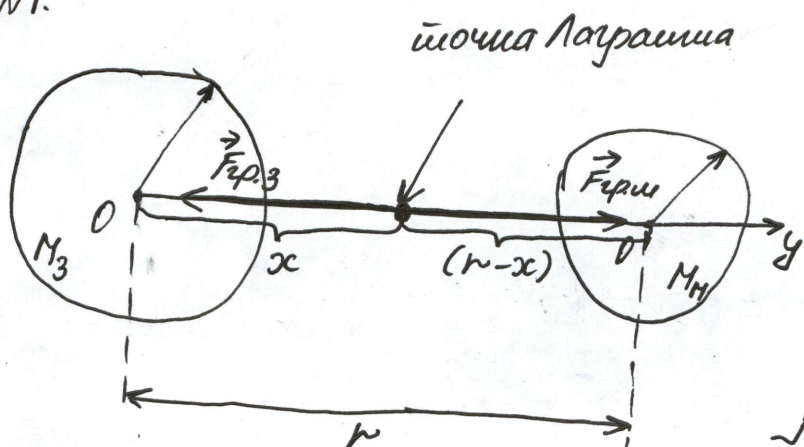


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

лист 1.

Шифр A-71-11-01

N1.



$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_4 = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$r = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

(?): положение точки Лагранжа.

Решение:

а) x = расстояние от т. Лагранжа до Земли, $\Rightarrow$
 $(r-x)$ = расстояние от т. Лагранжа до Марса. Пусть также m = масса тела, находящегося в точке Лагранжа.

1) Для точки Лагранжа на прямой r , соединяющей центры планет известно: $\Rightarrow$

$$F_{г.з} = F_{г.м}, \text{ отсюда: } F_{г.з} = F_{г.м}$$

$$G \frac{m M_3}{x^2} = G \frac{m M_4}{(r-x)^2}$$

$M_3 (r-x)^2 = M_4 x^2$, поскольку знаем величины определим и $x > 0$:

$$(r-x)\sqrt{M_3} = x\sqrt{M_4}$$

$$r\sqrt{M_3} - x\sqrt{M_3} = x\sqrt{M_4}, \quad x = \frac{r\sqrt{M_3}}{\sqrt{M_3} + \sqrt{M_4}}$$

$$x = \frac{54,6 \cdot 10^9 \cdot 2,45 \cdot 10^{12}}{2,45 \cdot 10^{12} + 8 \cdot 10^{11}} = \frac{10^{12} \cdot 10^8 \cdot 1337,7}{10^{11} (24,5 + 8)} = 41,16 \cdot 10^8 \text{ м от центра Земли.}$$

$$\text{или } (54,6 - 41,16) \cdot 10^9 = 13,44 \cdot 10^9 \text{ м от центра Марса.}$$

Ответ: $41,16 \cdot 10^8 \text{ м}$ (от ц. Земли) и $13,44 \cdot 10^9 \text{ м}$ (от ц. Марса).

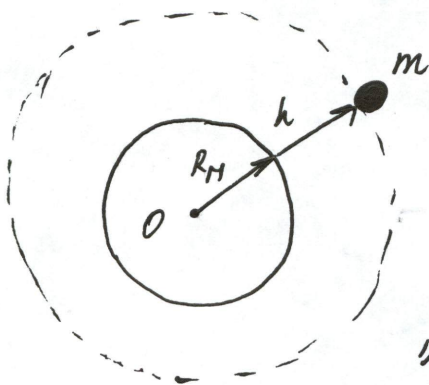


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

мат 2.

Шифр A-71-11-01

N4.



$h = R_M = 3430 \text{ км} = 343 \cdot 10^4 \text{ м}$
спутник Марса запускают по
круговой орбите.

(2): $\frac{A_1}{A_2}$

Решение:

0) m = масса спутника.

1) $A_1 = \Delta E_{\text{пот}} =$ работа по отдалению
спутника Марса от центра планеты.

При отдалении тела от планеты $E_{\text{пот}} = -G \frac{mM}{R}$,
где R = радиус планеты, M = масса планеты.

$$A_1 = -G \frac{mM}{(R+h)} + G \frac{mM}{R_M} = GmM \left(-\frac{1}{R+h} + \frac{1}{R_M} \right) =$$

$$= GmM \left(\frac{R_M - R - h}{R_M(R+h)} \right) = \frac{GmMh}{R_M(R+h)}.$$

2) $A_2 =$ работа по запуску спутника Марса по
круговой орбите (траектории) планеты. Заменим A_2 кин-е
энергией тела, движущегося по окружности. Из
определения следует, что данная собственная скорость соответствует
первой космической скорости.

$$A_2 = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{m \Delta v^2}{2} = \frac{m \sqrt{\frac{GM}{R+h}}^2}{2} = \frac{GmM}{2(R+h)}.$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{GmMh \cdot 2(R+h)}{R_M(R+h) GmM} = \frac{2h}{R_M} =$$

$$= \frac{2R_M}{R_M} (\text{т.к. } R_M = h) = \frac{2}{1}.$$

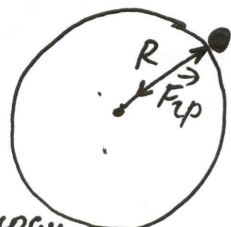
Ответ: $\frac{2}{1}$.

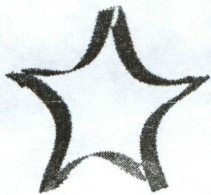
по II 3.И.:

$$F_{\text{гп}} = ma = \frac{m v^2}{R}$$

$$\frac{GmM}{R^2} = \frac{m v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} - \text{I косм. скорость.}$$



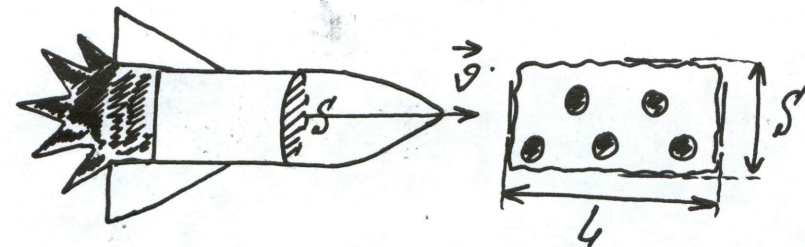


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Май 3.

Шифр A-71-11-01

№3.



$$\begin{aligned} v &= 10 \text{ км/с} = 10^4 \text{ м/с} \\ \text{на } 1 \text{ м}^3 \text{ облака приходится } 1 \\ &\text{микрометеор} \\ m_0 &= 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = \text{масса микро-} \\ &\text{метеора} \\ S' &= 49 \text{ м}^2 \\ (?) : \Delta F_{\text{тяги}}. \end{aligned}$$

Решение:

1) Вычислим плотность космического облака:

$$\rho = \frac{m_0}{1 \text{ м}^3} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}^3$$

2) Найдем массу метеоритного облака:

$$M = \underbrace{L S \rho}_{v \Delta t} = v \Delta t S \rho$$

3) Будем считать, что космический корабль и микрометеорное облако составляют замкнутую систему. Тогда из 3-го закона сохранения импульса следует: импульс силы равен изменению импульса микрометеоров (в результате соударения):

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Leftrightarrow F \Delta t = M \Delta v = M v_{\text{кон}} - M v_{\text{нач}}, \quad \vec{v}_{\text{нач}} = \vec{0} \text{ (до соприкосновения)}$$

$$F \Delta t = M v_{\text{кон}}, \text{ где } v_{\text{кон}} = v \text{ (корабль и микрометеоры с кораблем)} \\ \text{передвигаются со скоростью } v \text{ после соприкосновения)}$$

$$F \Delta t = M v, \quad F = \frac{M v}{\Delta t} = \frac{v^2 \Delta t S \rho}{\Delta t} = v^2 S \rho = 49 \text{ м}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}^3 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{с}^2 = \\ = 98 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м} = 98 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

4) Тогда при наличии начальной силы тяги ракет корабль ему необходима сила $\approx F = 98 \cdot 10^3 \text{ Н}$ для того чтобы сохранить скорость, $\Rightarrow \Delta F_{\text{тяги}} = F = 98 \cdot 10^3 \text{ Н}.$

$$\text{Ответ: } 98 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

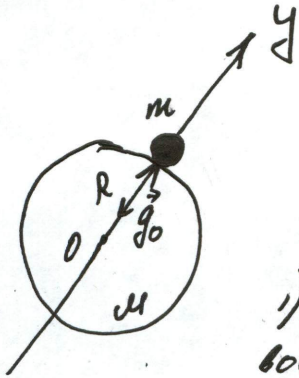


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Маш 4.

Шифр A-71-11-01

N2.



$$R = 3430 \text{ км} = 343 \cdot 10^4 \text{ м}$$
$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$$

(?): g_0 .

Решение:

1) По II закону Ньютона в ИСО относительно Марса, воспринимая тело m как материальную точку:

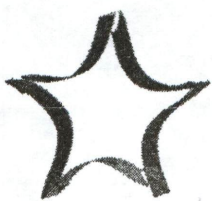
$$m\vec{g}_0 + \vec{F}_{гм} = m\vec{a}, \quad \vec{a} = \vec{0}$$

$$|\vec{F}_{гм}| = |m\vec{g}_0| = |\vec{F}_{гм}|$$

$$mg_0 = \frac{GMm}{R^2}$$

$$g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{343 \cdot 10^4} = 0,124 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2$$

Ответ: $\approx 0,124 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2$.

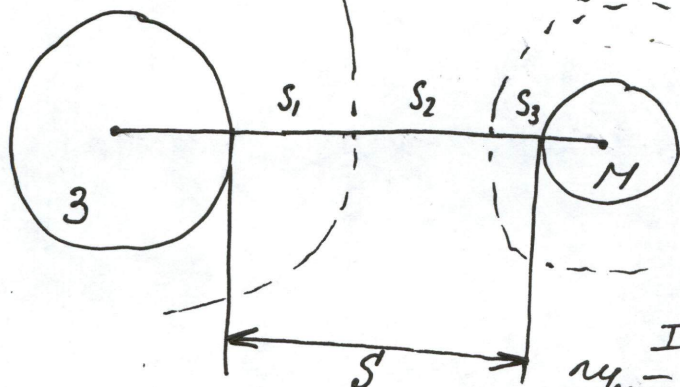


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Май 5.

Шифр A-71-11-01

N5.



$$v = 12 \text{ км/с} = 12 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

$$\min \{S\} = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

$$(\cdot): t$$

М: ракета летит по прямо-
линейной траектории.

Решение:

I вариант решения:

Учитыв, что во время полета ракеты

на нее действуют силы притяжения со стороны Земли (замедля-
ющая тело) и со стороны Марса (придающая телу ускорение):

$S = S_1 + S_2 + S_3$, S_1 — участок, где действует сила притяжения
со стороны Земли.

Средне $S_2 = \text{участок, где тело движется с } v = \text{const.}$

S_3 — участок, где действует сила притяжения со
стороны Марса.

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{g_3(S) t_1^2}{2}$$

$$S_2 = v t_2$$

$$S_3 = v t_3 + \frac{g_M(S) t_3^2}{2}$$

, где $g(S)$ — перемещение ускорения св. над землей,

$$g(S) = \frac{GM}{(R+S)^2}$$

$$v_0 = 0$$

$$-\frac{g_3(S) t_1^2}{2} + v t_2 + v t_3 + \frac{g_M(S) t_3^2}{2} = S ; \quad t = t_1 + t_2 + t_3$$

II вариант решения:

Если не учитывать внешние силы на ракету, то она движется
равномерно на всем участке $S \Rightarrow$

$$\Rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^9 \text{ м}}{12 \cdot 10^3 \text{ м/с}} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с} = 1263, (8) \approx 1264 \text{ часа}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{g_3(S) t_1^2}{2} + v t_2 + v t_3 + \frac{g_M(S) t_3^2}{2} = S \wedge t = t_1 + t_2 + t_3$$

или

$$t = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 1264 \text{ часа.}$$