

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 6/12-10-32

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	2	-	13	-	8	10	15	15	63

Σ

Вариант 1

2. Пусть в первом пункте - x цм, во втором - y , тогда:

$$\begin{cases} x+y > 29 \\ x > 6y \\ 3x > 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6y > 0 \\ x+y > 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6y > 0 \\ 6x+6y > 29 \cdot 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6y > 0 \\ 7x > 29 \cdot 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-6y > 0 \\ x > 24 \end{cases}$$

Т.к. $x > 6y$; $x > 24 \Rightarrow y > 4$

$3x-2y < 60$, $x > 6y \Rightarrow 3 \cdot 6y - 2y < 60 \Rightarrow 16y < 60 \Rightarrow y < 4$

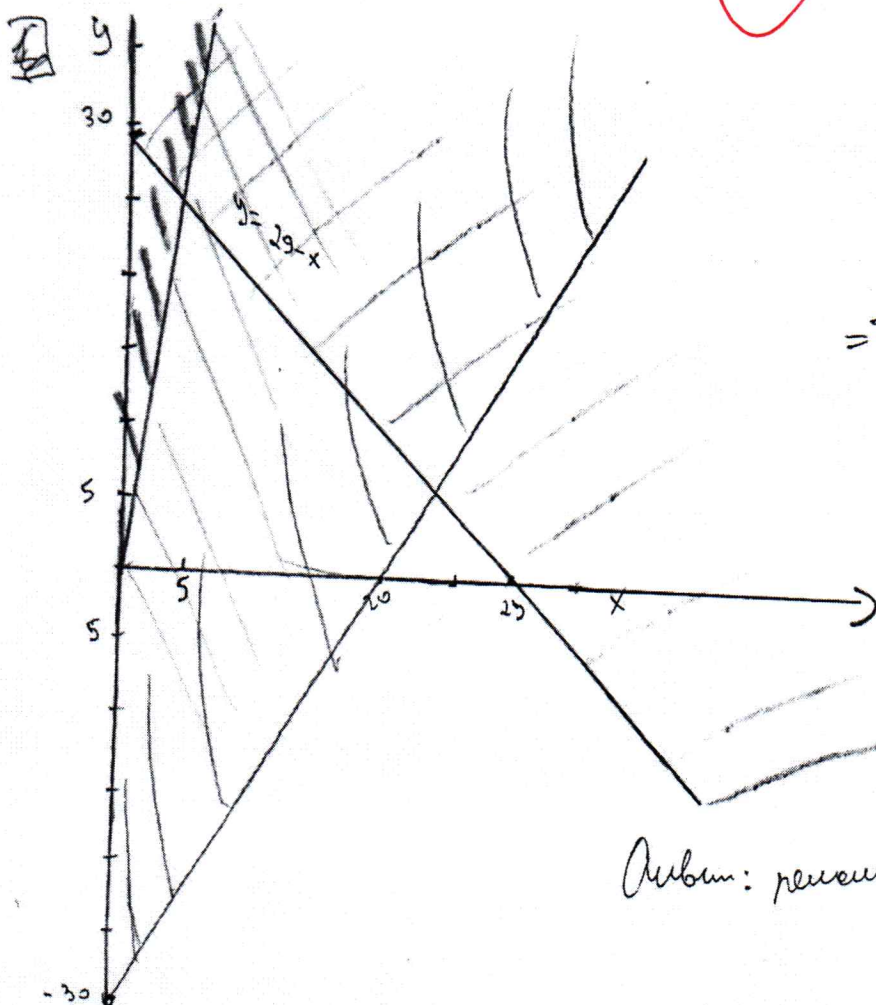
решения.

~~Решения нет~~

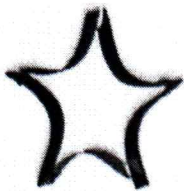


$$\begin{cases} y > 29-x \\ y < \frac{1}{6}x \\ y > 1,5x-30 \end{cases}$$

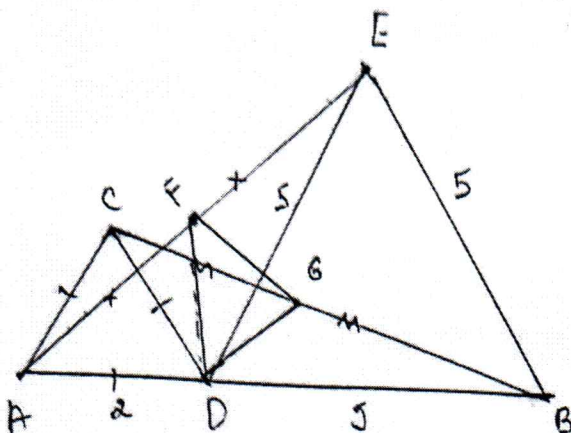
$\Rightarrow$ решения нет.



Ответ: решения нет



3



Дано:
 $\triangle AEB - \text{н/с}$
 $\triangle DEB - \text{н/с}$
 $AC = 1$
 $ED = 5$
 $CG = GB \quad AF = FB$

1) Равн. $\triangle ADE$ и $\triangle CDB$:

$$AD = CD, DE = ED$$

$$\angle ADE = 180 - 60 = 120^\circ \Rightarrow \angle ADE = \angle CDB = 180 - 60 = 120^\circ = \angle CDB$$

$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle CDB$ (по 2 сторонам и углу)

2) $\angle ADE = 120^\circ$ $\angle FDE = \angle GDB$ (смежные в равных $\triangle$ по углам по углам у верш. E)
 $\angle CDE = 60^\circ$

$$\angle EDG = 60^\circ - \angle GDB \Rightarrow \angle FDE = \angle GDB$$

$$\angle FDG = \angle FDE + \angle EDG = 60^\circ - \angle GDB + \angle GDB = 60^\circ$$

3) Рассмотрим $\triangle FDG$:

$\angle FDG = 60^\circ$, $FD = DG$ (смежные в равных $\triangle$ по углам у верш. E) $\Rightarrow \triangle FDG - \text{н/б}$
 равнобедренный $\triangle$ с углом $60^\circ \Rightarrow \triangle FDG - \text{равносторонний}$ треугольник
 2. Г. Д

4) по теор. косинусов:

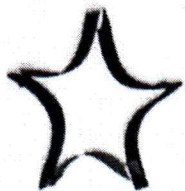
$$\triangle ADE: AE^2 = AD^2 + DE^2 - 2AD \cdot DE \cdot \cos 120$$

$$AE = \sqrt{4 + 25 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{39}$$

формула медиан:

$$DF = \frac{1}{2} \sqrt{2AD^2 + 2DE^2 - AE^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 4 + 2 \cdot 25 - 39} = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{19}}{2}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-10-32

Вариант 1.

5

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

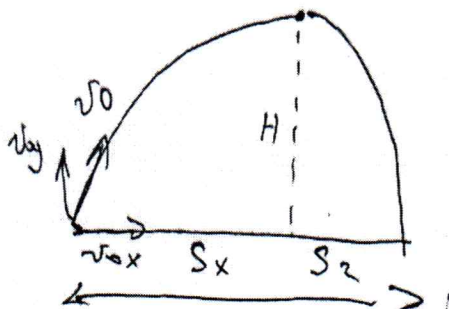
$$S = 5,196 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$S = 5,196 \text{ м}$$

$$g_2 = ?$$



$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 30^\circ$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 30^\circ$$

$$v_{0x} = \text{const}!$$

$$1) \begin{cases} v_{0y} - g t_1 = 0 \\ v_{0x} \cdot t_1 = S_x \end{cases} \Rightarrow t_1 = \frac{S}{v_0 \cdot \sin 30^\circ} \Rightarrow S_x = \frac{v_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot v_0 \cdot \sin 30^\circ}{g} =$$

$$H = v_{0y} t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{g t_1^2}{2} \quad (\text{т.к. } v_{0y} = g t_1) = 2,5 \sqrt{3} \text{ (м)}$$

$$H = \frac{(v_0 \sin 30^\circ)^2}{2g} = 1,4 \text{ (м)} \quad ?$$

$$2) v_{0x1} = v_{0x2} \quad (\text{т.к. } g \text{ не влияет на горизонт. составляющую скорости}). \Rightarrow v_{0x2} = v_0 \cdot \cos 30^\circ$$

$$\begin{cases} v_{0y2} = g t_2 \\ v_{0x2} = \frac{S_2}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{S_2}{v_0 \cdot \cos 30^\circ} \end{cases} \Rightarrow H = v_{0y2} t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = \frac{g t_2^2}{2} \Rightarrow g_2 = \frac{2 H \cdot (v_0 \cdot \cos 30^\circ)^2}{S_2^2} = \frac{2 H \cdot (v_0 \cdot \cos 30^\circ)^2}{(S - S_x)^2} \approx 200 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

$$S_2 = S - S_x$$

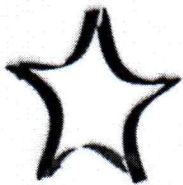
$$\text{Ответ: } 200 \text{ м/с}^2$$

№6
Максимальная температура нагрева в момент, когда кон-бо излучаемой энергии равно возмещено теплопроводностью проводника.

$$6 T^4 \cdot \pi \cdot S = U \cdot I \cdot \pi \quad (\text{где } S - \text{поверхность проводника, } t - \text{время})$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{U \cdot I}{S \cdot 6}} = \sqrt[4]{\frac{U \cdot I}{\pi d \cdot L \cdot 6}} = 10^3 \sqrt[4]{\frac{11}{3,14 \cdot 10 \cdot 5,167}} \approx 1576 \text{ K}$$

$$\text{Ответ: } 1576 \text{ K}$$

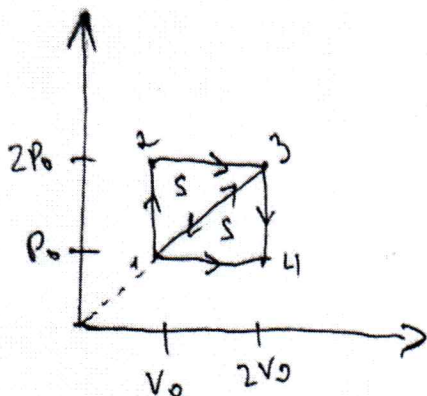


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-10-32

Вар-1

7



$$\eta_{1231}$$

$$\eta_{1341}$$

$$\eta = \frac{A_2}{Q_H}; A_{21231} = A_{21341} = \frac{p_0 v_0}{2} \quad \checkmark$$

(площадь треугольника)

$$\Rightarrow \frac{\eta_{1231}}{\eta_{1341}} = \frac{Q_{H1341}}{Q_{H1231}}$$

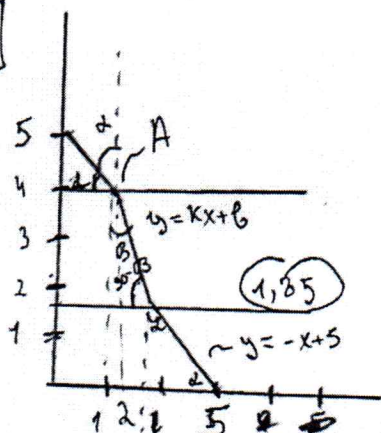
$$Q_{H1341} = Q_{13} = \Delta U_{13} + A_{13} = \frac{1}{2} (p_3 v_3 - p_1 v_1) + \frac{p_0 + 2p_0}{2} \cdot v_0 = \frac{3}{2} (4p_0 v_0 - p_0 v_0) + 1,5 p_0 v_0 = 6 p_0 v_0 \quad \checkmark$$

$$Q_{H1231} = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{13} + A_{23} = \frac{3}{2} (4p_0 v_0 - p_0 v_0) + 2 p_0 v_0 = 6,5 p_0 v_0$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_{1231}}{\eta_{1341}} = \frac{Q_{H1341}}{Q_{H1231}} = \frac{6}{6,5} = \frac{12}{13} \quad \checkmark$$

Ответ: $\frac{12}{13}$.

8



Из графика следует, что $\alpha = 45^\circ$ (т.к. луч проходит по прямой с углом наклона $k = -1$)

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (n_1 = 1, n_2 = 1,5) \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \checkmark$$

Луч в среде n_2 движется по прямой $y = kx + b$.

Возможный луч по прямой $y = -x + 5$

Заметим, что для прямой $y = kx + b$, $k = \tan(90^\circ - \beta) = -\cot \beta$.

$$\cot \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \quad (\sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{3}; \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \cos \beta = \frac{\sqrt{7}}{3})$$

$$\Rightarrow \cot \beta = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3,5}, \quad k = -\cot \beta.$$

Наша искомая прямая проходит через точку пересечения прямых: $y = kx + b$, и $y = -x + 5$.

$$A(2; 4) \in y = kx + b \Rightarrow b = y - kx = 4 + 2\sqrt{3,5}.$$

$$y = kx + b = -x + 5 \Rightarrow -x + 5 = -\sqrt{3,5}x + 4 + 2\sqrt{3,5} \Rightarrow x = \frac{12 + \sqrt{14}}{5}$$

$$y = -x + 5 = \frac{13 - \sqrt{14}}{5} \approx 1,85 \quad \checkmark$$

Искомая прямая проходит через $y = 1,85$ (совпадает с ней)

Ответ: $y = 1,85$.