



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Е - 7/2 - 08-7

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	5	5	10	10	8	15	77

Вариант 1

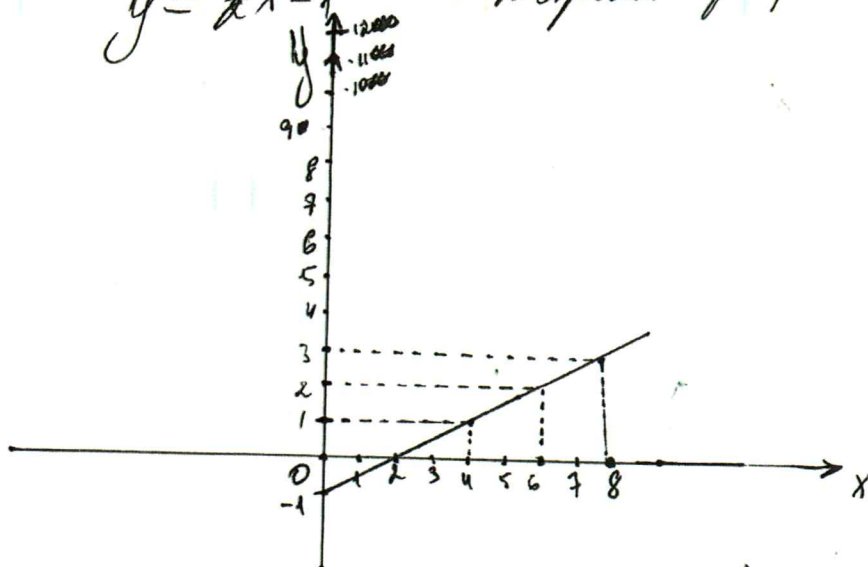
№1.
] x студентов решили купить колонку, тогда деньги потратили
($x-2$) студента;
 y - сумма в тысячах рублей, которое планировал затратить
каждый, тогда ($y+1$) - сумма, которую затратил каждый
Составили уравнение:

$$xy = (x-2)(y+1)$$

$$xy = xy + x - y - 2$$

$$y = x - 1$$

- построим график этой линейной функции



y будет целым, только
если $x : 2$.

Рассмотрим все такие
точки

Тогда: $8000 < 1000xy < 20000$

Если $x=4$: $4 \cdot 1000 = 4000$, что меньше 8000

Если $x=6$: $6 \cdot 2 \cdot 1000 = 12000$ - подходит

Если $x=8$: $8 \cdot 3 \cdot 1000 = 24000$, что больше 20000

Дальше значение будет возрастать т.к. функция возрастающая.
колонка стоит 12000 рублей

Ответ: 12000 руб.

Чтобы итоговое число было максимальным, нужно вычеркнуть цифры так, чтобы в начале было как можно больше цифр „9“, тогда?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 ... 38 39 ...

8 цифр 19 цифр 19 цифр 19 цифр.

уже вычеркнуто $8+19+19+19=65$ цифр, ~~что~~ осталось вычеркнуть ещё 15, это не хватит, чтобы „добраться“ до модулей „9“. Значит попробуем сделать 5-ю цифру нашего числа максимальным. Тогда получаем, что если вычеркнуть все 15 подряд, начиная с числа „40“, то получим цифру „7“, а 90 „8“ не „добраться“.

Тогда итоговое число:

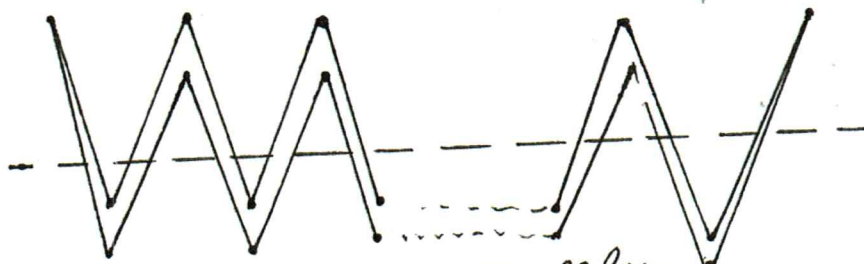
9999748495051... 787980

Ответ: 9999748495051... 787980.

Л3.

Чтобы существовал описанный в условии многоугольник, нужно чтобы он имел чётное количество вершин. Когда мы проведем прямую, она должна пересекать все его стороны. Она пересечёт сторону, только если принадлежащие к этой стороне вершины находятся по разные стороны от этой прямой, таким образом, количество вершин должно быть чётным.

а) пример на 100 вершин можно привести



тогда по обе стороны от прямой по 50 вершин.

б) 99-угольник имеет 99 вершин, и прямую на 2 части плоскости разграничиваемых прямой, их не разделить

Ответ: а) да, существует
б) нет, не существует



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

8-78/2-08-7

Шифр* _____

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 1

Б.ч.
Составить таблицу степеней, значений числа 4 в этой
степени и суммы цифр этих значений
степеней значение сумма цифр

0	1	1
1	4	4
2	16	7
3	64	10
4	256	13
5	1024	7
6	4096	19
7	16384	22
8	65536	25
9	262144	19
10	1048576	31
11	4194304	25
12	16777216	37
13	67108864	40
14	268435456	43
15	1073741824	43
16	4294967296	58
17	17179869184	61
18	68719476736	64

Анализируя таблицу, можно заметить, что в разном (кратности-й степени) сумма цифр увеличивается на 3. Тогда сумма цифр при увеличении степени на 15 увеличится на:

$$14 \cdot 3 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 15 = 57.$$

Заметим, что $2024 = 2016 + 8$, где $2016 : 16$, тогда сумма цифр числа 4^{2016} равна (не забудем, что 4^0 имеет сумму цифр 1):

$$1 + \frac{2016}{16} \cdot 57 = 7183$$

Тогда у 4^{2024} сумма цифр:

$$7183 + 8 \cdot 3 = 7183 + 24 = 7207$$

Вернёмся к последовательности:

- 1-е число: 4^{2024} (сумма цифр 7207)
- 2-е число: 7207 (сумма цифр 16)
- 3-е число: 16 (сумма цифр 7)
- 4-е число: 7 (сумма цифр 7)
- 5-е число: 7

Ответ: 7.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

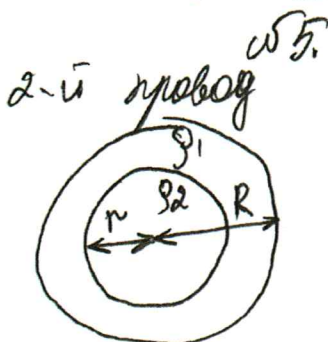
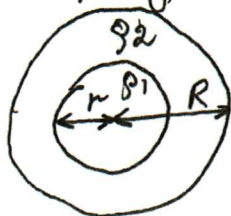
8-88/2-087

Шифр*

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 1

1-2 труба (провод)



Пусть h — длина провода
 $(\rho_1 = 2000 \text{ кг/м}^3 = 2 \text{ г/см}^3)$
 $(\rho_2 = 4000 \text{ кг/м}^3 = 4 \text{ г/см}^3)$

$$m_1 = \rho_1 \pi r^2 h + \rho_2 (\pi R^2 - \pi r^2) h$$

$$m_2 = \rho_2 \pi r^2 h + \rho_1 (\pi R^2 - \pi r^2) h$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\pi h (\rho_1 r^2 + \rho_2 (R^2 - r^2))}{\pi h (\rho_2 r^2 + \rho_1 (R^2 - r^2))} = \frac{\rho_1 r^2 + \rho_2 (R^2 - r^2)}{\rho_2 r^2 + \rho_1 (R^2 - r^2)}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2 \text{ г/см}^3 \cdot 1 \text{ см}^2 + 4 \text{ г/см}^3 (4 - 1) \text{ см}^2}{4 \text{ г/см}^3 \cdot 1 \text{ см}^2 + 2 \text{ г/см}^3 (4 - 1) \text{ см}^2} = \frac{(2 + 12) \text{ г}}{(4 + 6) \text{ г}} = 1,4$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = 1,4$

Обозначив за P мощность нагрева, найдем ее:
 $P_{\text{н}} = c \rho V \lambda (t_k - t_0) \Leftrightarrow P = \frac{c \rho V \lambda t_k}{t_k - t_0}$

$$P = \frac{4000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{с}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 100^\circ \text{C}}{10 \cdot 60 \text{ с}} = \frac{4000 \cdot 2 \cdot 100 \text{ Дж}}{600 \text{ с}} = 1400 \text{ Вт}$$

Запишем УТБ, но уже для нагрева льда:

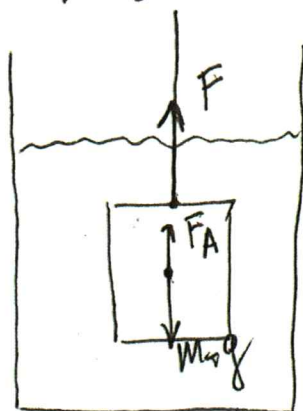
$$P_{\text{н}} = \pi \lambda (\lambda + c \rho (t_k - t_0)) \Leftrightarrow m_1 = \frac{P_{\text{н}}}{\lambda + c \rho t_k}$$

$$m_1 = \frac{1400 \text{ Вт} \cdot 15 \cdot 60 \text{ с}}{3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} + 4000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{с}} \cdot 100^\circ \text{C}} = \frac{(1400 \cdot 900) \text{ Дж}}{(330000 + 400000) \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \frac{1400 \cdot 900}{750000} \text{ кг} = 1,68 \text{ кг}$$

Ответ: $m_1 = 1,68 \text{ кг}$

* вносится организатором олимпиады

Зарисуем ситуацию, расставим силы на тело:
из 1-го условия равновесия,



$$F + F_A = m \cdot g$$

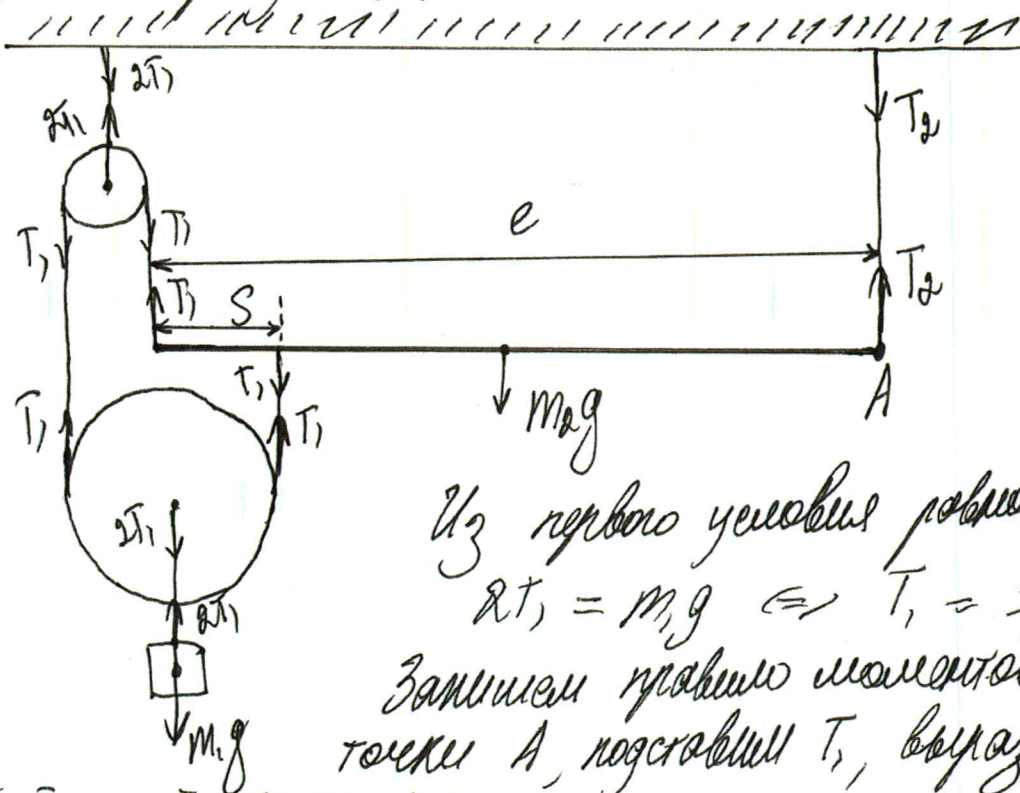
$$F + \rho \cdot V_T \cdot g = \rho_T \cdot V_T \cdot g, \text{ откуда получаем:}$$

$$\rho_T = \frac{F + \rho \cdot V_T \cdot g}{V_T \cdot g}$$

$$\rho_T = \frac{2 \text{ Н} + 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}} = \frac{12 \text{ Н}}{10^{-2} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{кг}}} = 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: $\rho_T = 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Сделаем рисунок, расставим силы:



Из первого условия равновесия для груза:
 $2T_1 = m_1 \cdot g \Leftrightarrow T_1 = \frac{m_1 \cdot g}{2}$

Запишем правило моментов относительно точки A, подставим T_1 , выразим m_2 и найдем её значение:

$$m_2 g \cdot \frac{l}{2} + T_1 (l - s) = T_1 l$$

$$m_2 g \cdot \frac{l}{2} + \frac{m_1 g (l - s)}{2} = \frac{m_1 g l}{2}$$

$$m_2 = \frac{m_1 l - m_1 l + m_1 s}{l} = \frac{m_1 s}{l}$$

$$m_2 = \frac{1 \text{ кг} \cdot 10 \text{ см}}{50 \text{ см}} = 0,2 \text{ кг}$$

Ответ: $m_2 = 0,2 \text{ кг}$